Пролетарии всех стран, соединяйтесь!

А. Серия 2. Рабочая Библиотека. № XIII—26

Проверено
515.(18(07)
Ш-59

ШИЛОВСКИЙ, И. А.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.

ПРОЕКЦИИ: ОРТОГОНАЛЬНЫЕ, С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ, И АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ.

Проверено 1953
83

Пособие с практическим уклоном, примененное к современным педагогическим методам, для техникумов, технических военных и профессинальных школ.

С 108 фиг. в тексте.

БИБЛИОТЕКА ХАРЬКОВСК. ИНЖ. СТРОИТ. ИН-ТА
Проверено 1958
ПРОВЕРЕНО 1960
Харьковский Геодез. Кабінет математ. Технікум
Проверено 1953

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО.
Москва — 1926 г.

Без разрешения Гостехиздата
перепечатка не допускается.

575
Ш 59

Главлит № 49791. Зак. № 2565. Тираж 5.000 экз. $6^1/_2$ п. л.

Типо-лит. „Красный Печатник" Гостехиздата. Ленинград, Международный, 75.

Предисловие.

Начинающему знакомиться с начертательной геометрией приходится испытывать затруднения двоякого характера.

С одной стороны не всегда бывает ясна практическая цель, преследуемая в конечном счете и потому трудно улавливается связь между теорией и последующей прикладной работой.

С другой же стороны, недостаточно развитая способность воображения вначале еще затрудняет и самое представление в пространстве таких геометрических элементов, как точек линий и плоскостей, взятых абстрактно, без принадлежности к какому-либо телу.

По этим причинам и вся систематичность строго выдержанной теории далеко не всегда способствует лучшему восприятию и усвоению сути.

Не будучи же воспринятой, она нередко охлаждает первый порыв, порождает неуверенность в своих силах и приводит к недооценке практического значения излагаемых сведений.

Чтобы сделать такой первоначальный подход возможно проще, короче и доступнее и заинтересовать начинающего, приходится итти от конкретного к абстрактному, поступаясь во многом строгостью и полнотой теоретических обоснований.

В предлагаемом пособии и сделана попытка такого подхода, полагая, что допущенные пробелы могут быть восполнены впоследствии, когда самые основы будут уже достаточно усвоены. По тем же причинам ортогональные проекции рас-

сматриваются в пределах только первого двухгранного угла проекций, при чем с самого же начала устанавливается тождество эпюра и технического чертежа.

Начинающему также полезно иметь в виду и то значение, которое имеет тщательность и точность работы при различных построениях (конечно с помощью необходимых чертежных инструментов), от чего часто зависит и верность получаемых результатов. При чем самый процесс построения эпюра много способствует уяснению сути и оставляет прочный след в памяти, приучая в то же время внимательно относиться к каждой проводимой линии [1]).

Для возбуждения внимания и большей активности работы в пособии предлагается ряд вопросов, дающих возможность также проверять и степень усвоения сути.

Корректирование же ответов возможно как с помощью руководителя, так и самостоятельно, при посредстве пособий обычного типа, подход к которым будет уже до некоторой степени подготовлен [2]).

Такая работа по извлечению необходимых сведений будет полезна также и в смысле применения учащимся начала лабораторного метода.

---

[1]) Чертить следует достаточно крупно.

[2]) В таких пособиях можно найти почерпывающие сведения.

Введение.

О задачах начертательной геометрии.

Всякому технику постоянно приходится иметь дело с чертежом, так как этот способ изображения всяких предметов вообще, а технических сооружений в частности, представляет громадное удобство.

Чтобы лучше понять достоинства чертежа по сравнению с прочими способами передачи и фиксирования человеческой мысли о предметах, в отношении наиболее полного о них представления, достаточно вспомнить хотя бы основные такие способы:

1) описание (и все способы словесной передачи),
2) рисунок (относя сюда же и фотографию),
3) чертеж,
4) модель

и оценить их в отношении 4-х главнейших качеств: а) быстрота (затрата времени), б) точность (удобоизмеримость), в) ясность (наглядность) и г) экономичность (затрата труда), тогда будет видно, что чертеж и рисунок удовлетворяют предъявляемым качествам в большей мере, чем прочие способы. По сравнению с рисунком чертеж лишь несколько уступает в смысле наглядности, но при развитии некоторой способности мысленного представления в пространстве изображаемого на чертеже исчезает и этот недостаток; а так как чертеж обладает той же точностью как и модель, то и говорят, что чертеж есть „воз-

душная модель"; при чем изготовление такой воображаемой модели несравненно быстрее и экономичнее вещественной модели.

На практике, конечно, не ограничиваются только одним чертежом, а сопровождают его и поясняющим описанием, что несомненно облегчает понимание. В некоторых же случаях прибегают и к помощи модели (для сложных сооружений или механизмов).

Для понимания чертежа требуется знать те основные правила, по которым он выполняется. Эти правила необходимы не только для исполнителя чертежа, но и для всякого пользующегося потом таким чертежом. Подобно тому, как знание азбуки требуется в равной мере и для пишущего и для читающего, при чем, для грамотного письма кроме азбуки нужно еще и знание грамматики, т.-е. правил правописания. По отношению к чертежам это очень метко и определяется словами: „чертеж—язык техника" [1]), а „начертательная геометрия—грамматика этого языка" [2]).

---

[1]) Определение французского ученого Г. Монжа (1746—1878), впервые изложившего основы начертательной геометрии (1799).

[2]) Определение профессора В. И. Курдюмова.

ОТДЕЛ I.

Прямоугольные (ортогональные) проекции.

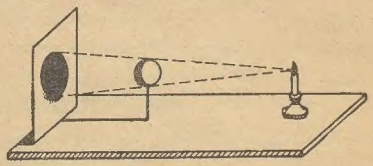
Глава I. Общие понятия.

§ 1. Получение изображений по способу проекций.

Способ изображения предмета с помощью проекций нам известен из повседневной жизни.

Когда в комнате горит свеча или лампа, то от окружающих предметов падают на стены, пол или потолок резкие тени (фиг. 1).

Эти тени и являются проекциями соответствующих предметов на плоскость [1]). Так, например, можно получить профиль человеческого лица, если поставить человека у стены и наложить на стену лист бумаги, а затем обвести полученную тень углем или карандашом.

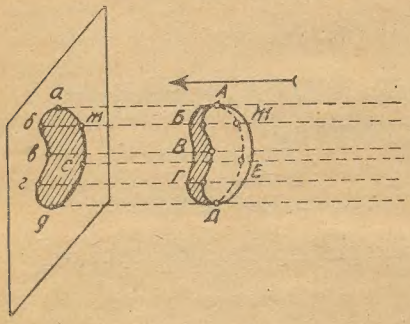


Фиг. 1.

Получение фотографических снимков основано на том же. В этих случаях пучок лучей, идущих от свечи или проникающих в фотографический аппарат будет расходящимся и подать на

[1]) Не следует забывать, что на плоскости мы можем получить только два измерения.

плоскость стены, или листа бумаги, или пластинки под косым углом, а получаемое изображение, называющееся **косоугольной проекцией**, не будет равно соответствующим линейным размерам предмета. Если же лучи были бы параллельными (фиг. 2) (например солнечные) и падали бы перпендикулярно к плоскости листа бумаги, то изображение (тень) и являлось бы его **прямоугольной проекцией на плоскость**[1]).



Фиг. 2.

В этом случае полученное изображение соответствующих линейных (например поперечных) размеров предмета *а б в г д е ж* равнялось бы его действительным линейным размерам в плоскости, проходящей через точки *А Б В Г Д Е Ж* соответствующего (поперечного) сечения (или поверхности).

Что же, следовательно, нужно, чтобы линейные размеры изображения равнялись соответствующим действительным размерам предмета (тождество изображения и предмета)?

Вопросы:

1) Какое для этого должно быть направление лучей к плоскости чертежа?

2) Какое должно быть взаимное расположение лучей (могут ли лучи быть сходящимися или расходящимися)?

3) Какое должно быть взаимное положение плоскости листа бумаги (плоскости изображения) и плоскости, заклю-

---

[1]) Обычная же солнечная тень представляет также косоугольную проекцию, так как лучи подают на землю под косым углом.

чающей соответствующие линейные (например поперечные) размеры предмета.

4) Будет ли при параллельных лучах, падающих перпендикулярно к листу бумаги (плоскости изображения), изменяться величина изображения, если лист бумаги (плоскость изображения) приближать к предмету или удалять от него?

Для технических целей очень важно получение изображений предметов без искажения.

Заметив те правила, по которым могут быть получены такие изображения, мы, конечно, сможем вместо действительных лучей проводить от предметов такие лучи и мысленно (в своем воображении) посредством перпендикуляров, опускаемых из различных точек предмета на плоскость изображения.

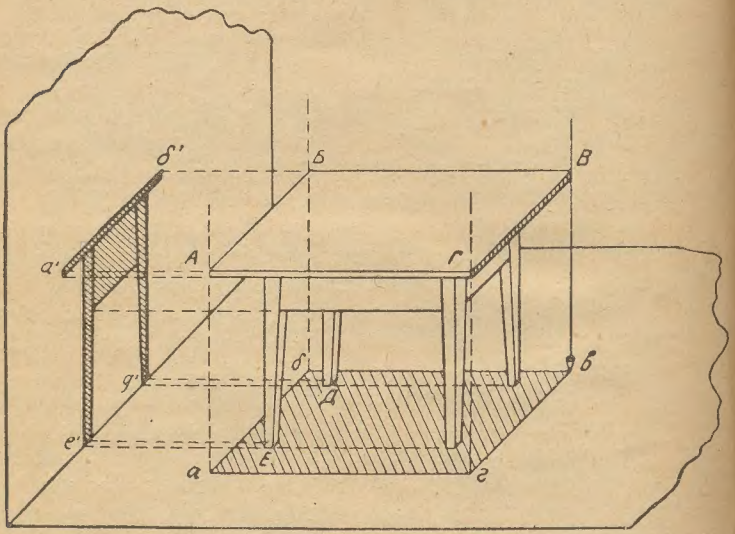
Возьмем, например, обыкновенный стол с горизонтальной крышкой (фиг. 3) и построим его изображения на плоскости пола и стены, предполагая, что стол расположен у нас одной из своих сторон параллельно стене, а пол горизонтален и стена вертикальна.

Для этого из каждого из углов *А*, *Б*, *В*, *Г*, опустим шнур с отвесом и отметим полученные на полу точки *а*, *б*, *в*, *г*. Эти точки и будут прямоугольными проекциями точек *А*, *Б*, *В*, *Г*, (углов) на горизонтальную плоскость (плоскость пола). Соединяя точки между собою, мы будем иметь фигуру *а б в г* в точности равную размерам верхней доски стола. Эта фигура, следовательно, будет горизонтальной проекцией стола (считая пол за горизонтальную плоскость), которая в технических чертежах называется „планом".

Итак, на горизонтальной проекции мы получили два измерения предмета (стола): длину и ширину). Если бы мы только этим чертежом и ограничились, то, глядя на него, мы немогли бы сказать, какой высоты у нас стол.

Чтобы ответить на этот вопрос, нам придется, подобно предыдущему построению (например, с помощью рейки и наугольника), получить изображение стола и на стене

а' б' g' е'. Такое изображение называется проекцией предмета (стола) на вертикальную плоскость (считая стену вертикальной и плоской) или, короче, вертикальной проекцией предмета; в технических чертежах такое изображение называется „фасадом".



Фиг. 3.

Вопросы:

1) Для тела (стола) имеющего, три измерения, сколько измерений получается на одной плоской проекции?

2) Сколькими проекциями могут быть определены все три измерения предмета (длина, ширина и высота) и положение его в пространстве, т.-е. расстояния от пола и стены: точек (углов), линий (ребер крышки и ножек) и всего тела (взятого предмета, т.-е. стола)?

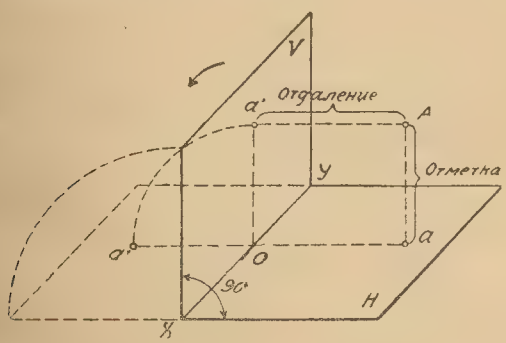
3) Итак, при помощи двух полученных проекций (горизонтальной и вертикальной) будут ли определены все размеры предмета (стола) и возможно ли по этим чертежам изготовить второй стол такой же, как и первый?

На практике, конечно, нет надобности иметь чертежи (кроме специальных рабочих чертежей) такого же размера, как и изображенные на них предметы (сооружения). С помощью масштаба мы всегда можем уменьшить все размеры в одно и тоже число раз и получить чертеж более удобный в обращении.

Такой масштаб указывается на чертеже, при чем чертеж сохраняет все свойства проекции.

§ 2. Принятые названия (терминология) и обозначения.

Плоскости, на которых получаются проекции в пространстве называются плоскостями проекций: горизонтальной, обозначаемой через H, и вертикальной, обозначаемой через V (фиг. 4).



Фиг. 4.

Эти плоскости, следовательно, взаимно перпендикулярны. Проекции же получаемые с помощью перпендикуляров, опущенных из точек на эти плоскости называются ортогональными (т.-е. прямоугольными) проекциями.

Линия пересечения плоскостей проекций называется осью проекций (иногда она называется „линиею земли“) и обозначается часто буквами x—y.

Перпендикуляры, с помощью которых получаются проекции точек называются проектирующими прямыми (координатами), при чем расстояние точки от горизонтальной плоскости проекций называется отметкой точки, а ее расстояние от вертикальной плоскости называется отделением.

Очень часто принято обозначать большими буквами точки пространства (т.-е. точки взятых предметов), а соответствующими малыми буквами проекции этих точек, при чем для отличия вертикальных проекций от горизонтальных у первых ставятся значки над буквами (фиг. 3 и 4). Например, A — сама точка, ее горизоитальная проекция—a и вертикальная—a'. Можно также точки и нумеровать. Для возможности изображения на плоскости чертежа (на одном листе) двух плоскостей проекций с полученными на них изображениями (планом и фасадом) приходится вообразить, что вертикальная плоскость проекций откинута (отвернута) до совмещения с горизонтальной плоскостью, вращаясь вокруг оси проекций (фиг. 4) по направлению, указанному на чертеже стрелкой, подобно тому, как, например, повертывается страница раскрытой книги или тетради, когда мы рассматриваем рисунок, помещенный на двух соседних страницах. При этом линия перегиба будет соответствовать оси проекций.

Чертеж, на котором изображаются проекции предмета, называется эпюром. На эпюре ось проекций обозначается теми же буквами x—y, при чем x ставится всегда слева от наблюдателя.

Если мы вообразим через проектирующие прямые aA и $a'A$ плоскость, то она, будучи перпендикулярной к каждой из плоскостей проекций (ибо проходит через перпендикуляры к этим плоскостям), должна быть перпендикулярной и к линии их пересечения, т.-е. к оси проекций (теорема геометрии).

Вопросы:

Что представляет фигура, образуемая линиями пересечения проведенной плоскости с плоскостями проекций и проектирующими прямыми (фиг. 4), т.-е. фигура $Aa'oa$ и какими свойствами обладают противоположные стороны этой фигуры?

2) При совмещении вертикальной плоскости с горизонтальной, какую линию опишет точка a' и под каким углом к оси $x—y$ она при этом расположится?

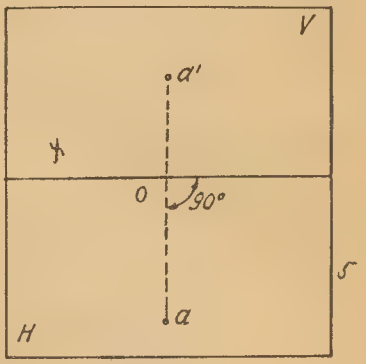
На фиг. 5 показан эпюр для положения точки A, изображенного на фиг. 4. Сравнивая эти две фигуры, определить:

а) Где будет горизонтальная и где вертикальная проекция точки A?

б) Где на эпюре будет отметка точки и где ее отдаление?

в) Какие изменения будут происходить с координатами точки и на эпюре, если точку A приближать к плоскости V, а также если поднимать над плоскостью H?

г) Как изобразятся на эпюре проекции следующих точек: 1) точка, лежащая на H, 2) точка, находящаяся на V и 3) точка, расположенная на оси проекций?

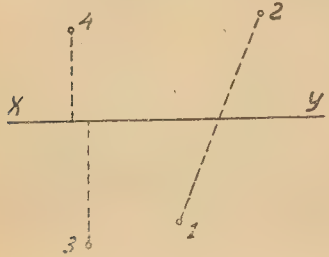


Фиг. 5.

д) Сумме каких величин равна полная длина линии, соединяющей обе проекции точки на эпюре?

Заметим, что прямая, соединяющая обе проекции точки на эпюре, иногда называется линией отражения. Эта линия всегда должна быть перпендикулярна к оси $x—y$.

Если же при соединении двух проекций точек эта линия не будет перпендикулярной (фиг. 6), то и проекции не могут принадлежать одной точке (прямая 1—2).



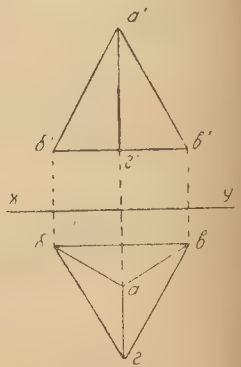
Фиг. 6.

е) Будут ли точки 3—4 (фиг. 6) проекциями одной и той же точки пространства?

Глава II. Прямые линии.

§ 3. Проекции прямых линий.

На фиг. 7 представлен эпюр трехгранной пирамиды, основание которой расположено параллельно плоскости *H*. Проекции вершин этой пирамиды построены по предыдущему. Условимся в дальнейшем, для краткости, называть; прямая *АБ* вместо прямая *аб*, *а′б′*. Заметим, что прямая линия вполне определяется двумя точками (теорема геометрии).



Фиг. 7.

Упражнение 1.

Найти на эпюре (фиг. 7) отметки и отдаления концов прямых *АБ* и *БВ*.

Вопросы:

1) При каком взаимном положении прямой линии и плоскости проекций проекция прямой равна самой прямой?

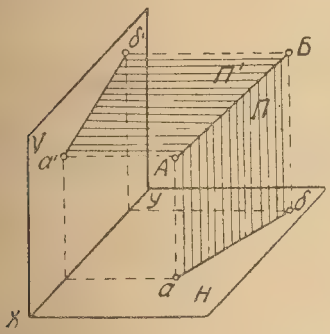
2) Если прямая параллельна какой-либо из плоскостей прекций, то каковы взаимные соотношения координат концов прямой на эту плоскость?.

3) Как расположена по отношению к плоскости H прямая $БГ$ (фиг. 7)?

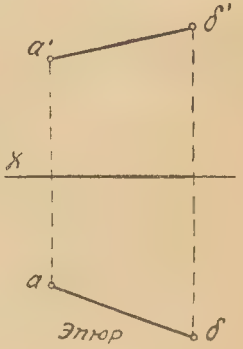
4) Как раположена к плоскостям проекций прямая $БВ$ на той же фигуре?

5) Как расположены по отношению к H и V прямые $АБ$ и $АВ$ т.-е. будут ли параллельны какой-либо из этих плоскостей и чем выражается эта особенность на эпюре? (Сравнить с предыдущим случаем).

6) Дать общее определение того, как отличать на эпюре линии параллельные плоскостям прекций от линий произвольно направленных.



Фиг. 8.



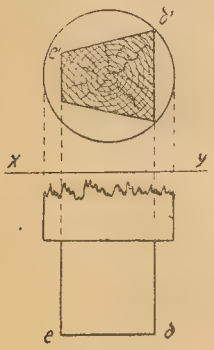
Фиг. 9.

На фиг. 8 и 9 представлено изображение в пространстве и на эпюре некоторого отрезка прямой $АБ$.

Если вообразить плоскости $ПП_1$ через проектирующие прямые $Аа$, $Бб$, и $Аа'$ $Бб'$, то эти плоскости пересекутся с H и V по линиям $аб$ и $а'б'$. Эти линии и будут проекциями прямой $АБ$, а воображаемые плоскости в таком случае назваыются проектирующими плоскостями.

§ 4. Частные случаи положения прямой.

Обратимся еще раз к фигуре 7 и заметим, что прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций называется горизонталью (например прямые *БГ*, и *ГВ*). Прямая, параллельная только вертикальной плоскости проекций, называется фронталью [1]) (на фиг. 7 такой прямой нет. но она показана на фиг. 10: ребро *ЕД*).



Фиг. 10.

Если прямая параллельна обеим плоскостям проекций, а следовательно и оси проекций, то она называется фронтальной горизонталью [2]) (прямая *БВ* на фиг. 7).

Прямая. лежащая в плоскости, перпендикулярной к оси проекций называется профильной (например *АГ*).

Прямая перпендикулярная к горизонтальной плоскости проекций называется вертикалью [3]) (например высота пирамиды).

Вопросы:

1) Нет ли вышеназванных линий на фиг. 11, 12 и 13? (Если будут найдены, то назвать их).

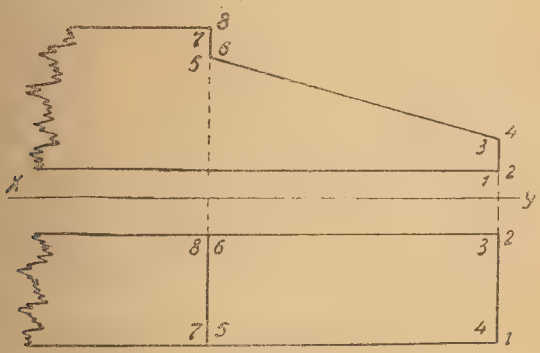
2) Чему равна величина горизонтальной проекции горизонтали и вертикальной проекции фронтали?

3) Если прямая параллельна одной плоскости проекций (например *H*) и произвольно наклонена к другой плоскости проекции (например *V*), то как спроектируется на первую плоскость этот угол наклона? (См. прямую *ГБ* на фиг. 7).

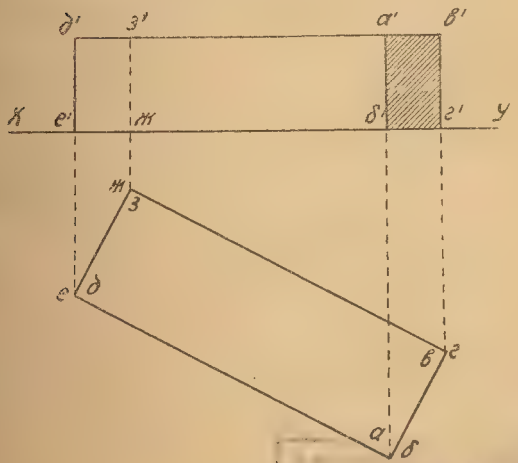
---

1), 2), 3). Терминология принятая не во всех общеизвестных курсах.

4) Нельзя ли для фронталей и горизонталей быстро находить на эпюре углы наклонения этих линий к соответствующим плоскостям проекций?



Фиг. 11.



Фиг. 12.

№ 2955

5) По какому общему признаку эти углы находить для горизонталей и для фронталей?

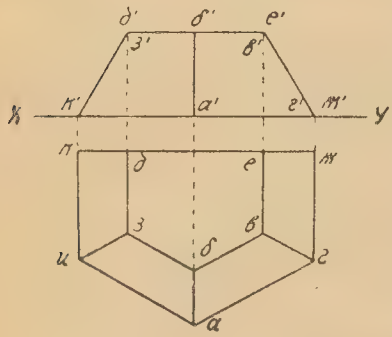
§ 5. Прямые параллельные и пересекающиеся.

Вопросы:

1) Рассматривая эпюры 7 и 13, определить, какие из прямых (ребер) будут пересекаться и какие будут параллельны?

2) Пересекаются ли между собой прямые *АГ* и *БВ* фиг. 7, а также *АБ* и *ДЕ* фиг. 13?

3) Что имеется общего у двух пересекающихся линий?



Фиг. 13.

4) Как отличить на эпюре пересекающиеся линии от непересекающихся?

5) Пересекаются ли прямые *ИЗ* и *АИ* (фиг. 13).

6) Какие из двух пар линий *АГ*, *БВ* и *БВ*, *ЕД* на фиг. 13 будут параллельными и в чем их отличие на эпюре от непараллельных линий?

7) Какими характерными признаками определяется на эпюре параллельность линий и их пересекаемость? (При этом следует вспомнить, что указывалось ранее по отношению к фиг. 6 и фиг. 8 в §§ 2 и 3).

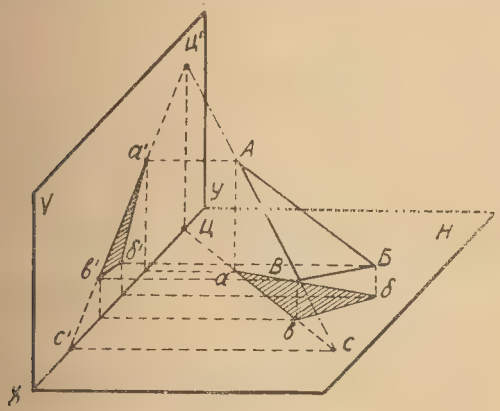
§ 6. Следы прямой.

Следами прямой называются точки встречи прямой (или ее продолжения) с плоскостями проекций.

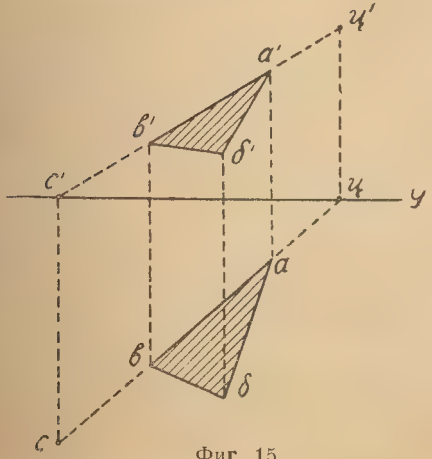
На фиг. 14 показаны проекции треугольника *АБВ* и следы *С* и *Ц'* одной из сторон его *АВ*. Точка *С* будет горизонтальным следом, а точка *Ц'*—вертикальным.

Упражнение 2.

Имея ввиду, что фиг. 15 представляет эпюр к фиг. 14, указать на этом эпюре проекции горизонтального и вертикального следов прямой *AB*.



Фиг 14



Фиг. 15.

Вопросы:

1) Чему равны: отметка горизонтального следа и отдаление вертикального?

2) Какое отсюда можно вывести правило для быстрого нахождения проекций следов?

Упражнение 3.

Пользуясь этим правилом найти проекции следов прямых *КЛ* и *МН* (фиг. 16).

Вопрос:

Сколько следов у фронтали, у горизонтали и у фронтальной горизонтали?

Глава III. Плоскости.

§ 7. Задание плоскости и ее следы.

Вопросы:

1) Глядя на фиг. 14 и 15 указать, проекциями каких геометрических элементов определяется эпюр плоскости *АБВ*?

2) Перечислить все возможные способы, какими определяется плоскость в геометрии, т.-е. указать, через какие геометрические элементы можно провести плоскости и при том только одну.

Упражнение 4.

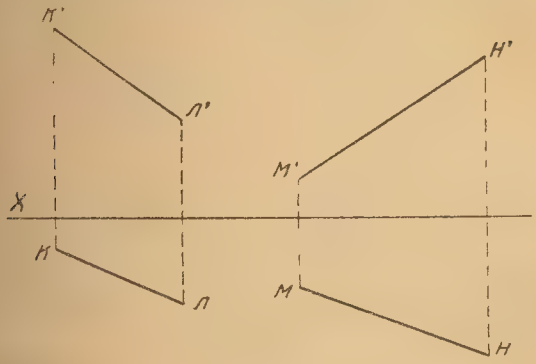
Проверить пригодность этих заданий для эпюра, пользуясь фиг. 7 и 13; т.-е:

а) Найти плоскость на фиг. 7, которая определялась бы проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой.

б) Указать на той же фигуре плоскость, которая определяется проекциями прямой и точки вне ее.

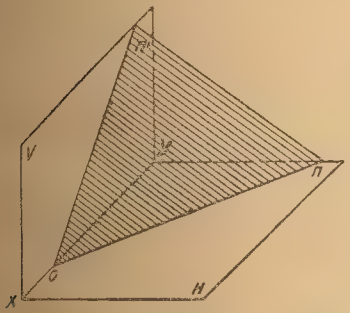
в) Назвать плоскость на фиг. 13, которая определяется проекциями двух параллельных прямых.

г) Найти на той же фигуре плоскость, определяющуюся проекциями двух пересекающихся прямых.

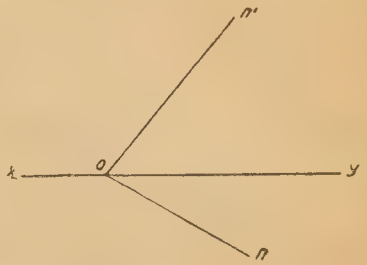


Фиг. 16.

Кроме обычных геометрических элементов для определения плоскости на эпюре пользуются часто еще следами плос-



Фиг. 17

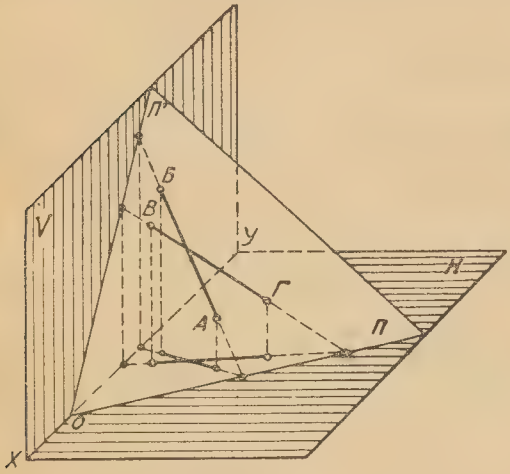


Фиг. 18.

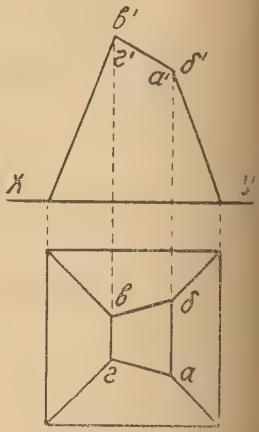
кости (фиг. 17 и 18), т.-е. линиями пересечения плоскости *ПоП'* с плоскостями проекций.

Чтобы выяснить, как построить следы плоскости, предлагается ответить на следующие вопросы:

а) Могут ли следы прямых *АБ* и *ВГ* (фиг. 19), принадлежащих плоскости *ПоП* не лежать на следах этой плоскости?



Фиг. 19.



Фиг. 20.

б) Если будут найдены следы двух прямых, принадлежащих одной какой-нибудь плоскости, то возможно ли построить следы самой плоскости?

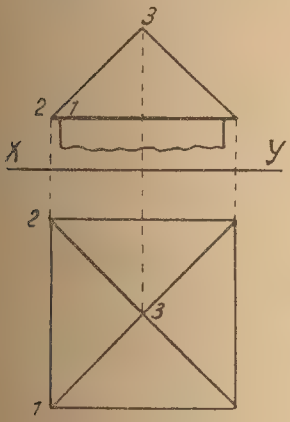
Упражнение 5.

Построить следы следующих плоскостей:

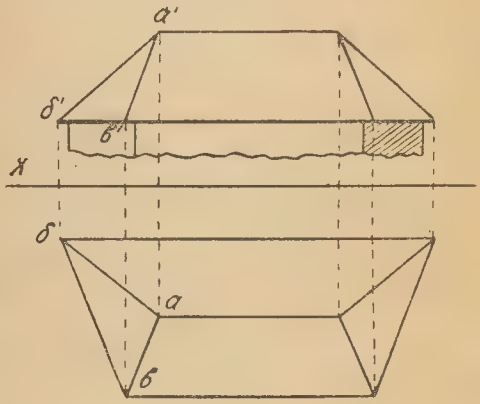
1) плоскости *АБВГ* на фиг. 20, 2) плоскости *1 — 2 — 3* на фиг. 21 и 3) плоскости *АБВ* на фиг. 22 (представляющей боковой скат крыши).

§ 8. Частные положения плоскости относительно плоскостей проекций.

Плоскость H_1 (фиг. 23) параллельная горизонтальной плоскости проекций называется плоскостью уровня (или также горизонтальной плоскостью).



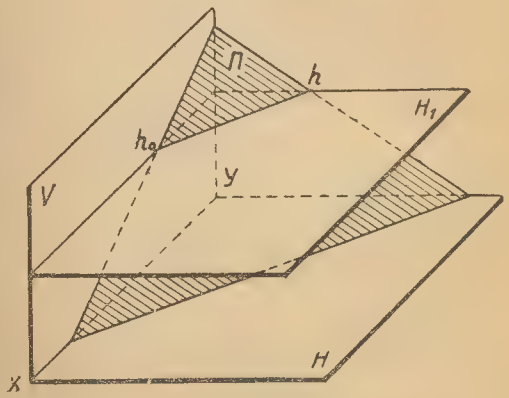
Фиг. 21.



Фиг. 22.

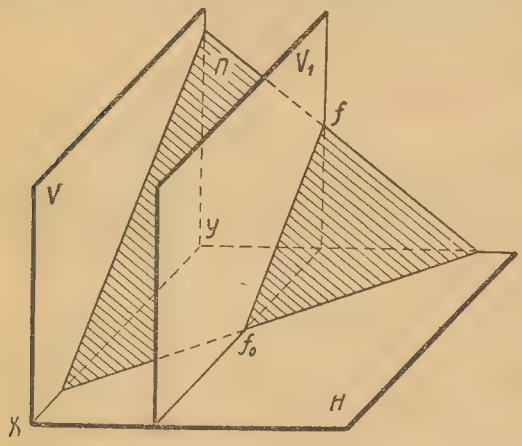
Плоскость V_1 (фиг. 24) параллельная вертикальной плоскости проекций называется фронтальной плоскостью.

Всякая плоскость перпендикулярная к горизонтальной плоскости проекций называется вертикальной плоско-



Фиг. 23.

стью (например плоскость *АБВГ* фиг. 12). Любая же плоскость перпендикулярная к вертикальной плоскости прекций называется боковой (например плоскость *ВГЖЕ* фиг. 13). Плоскость перпендикулярная к обеим плоскостям проекций (а следовательно и к линии их пересечения, т.-е. к оси проекций), называется профильной плоскостью (например, плоскость *1—2—3—4* фиг. 11). Плоскость же параллельная оси проекций особого названия не имеет.



Фиг. 24.

Упражнения:

6) Пользуясь приведенной терминологией, найти на фиг. 7, 11, 12 и 13 плоскости: вертикальные, боковые, фронтальные, профильные и плоскости уровня (помимо указанных ранее).

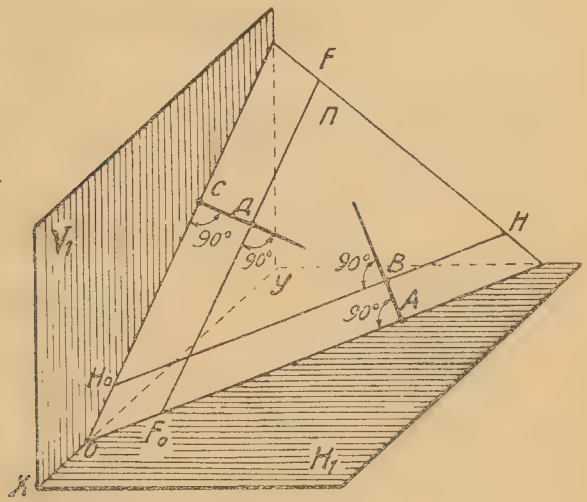
7) Вычертить на эпюре изображения следов всех перечисленных категорий плоскостей.

§ 9. Особые прямые плоскостей.

Такими особыми прямыми, лежащими в каждой плоскости, являются горизонтали, фронтали и линии перпендику-

лярные к ним, называемые линиями наибольшего уклона к H и к V [1]).

Горизонтали и фронтали получаются от пересечения заданной плоскости $П$ (фиг. 23 и 24) плоскостями параллельными соответствующим плоскостям проекций. Так на фиг. 23 получилась горизонталь $h_o h$ и на фиг. 24—фронталь $f_o f$.



Фиг. 25.

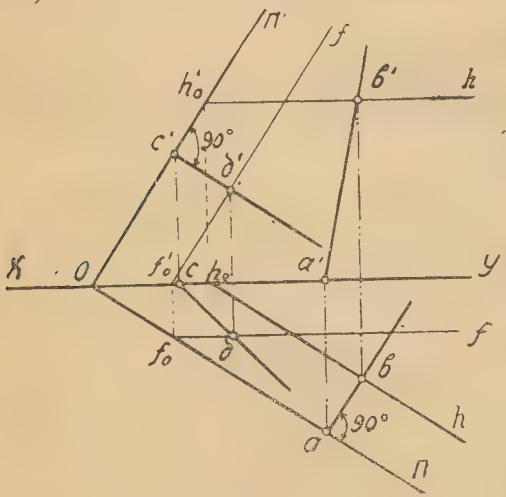
Линии же наибольшего уклона получаются от проведения в заданной плоскости прямых перпендикулярных горизонталям и фронталям этой плоскости (фиг. 25) или, что тоже, к ее следам.

[1]) Такое более общее определение не является общепринятым (однако встречается в некоторых пособиях), обычно же вошло в употребление название линий наибольшего уклона только по отношению к плоскости H.

Вопросы:

1) Будут ли разниться по величине отметки различных точек одной и той же горизонтали и чем это характеризуется на эпюре?

2) Будут ли на эпюре взаимно параллельны проекции двух любых горизонталей заданной плоскости? (проверить построением).



Фиг. 26.

3) То же для фронталей?

4) Если плоскость задана следами, то где будет находиться горизонтальная проекция горизонтали с нулевой отметкой и вертикальная проекция фронтали с нулевым отдалением?

5) Какой угол получается на эпюре между горизонтальной проекцией линии наибольшего уклона к плоскости H_1 и горизонтальным следом плоскости $П$ (фиг. 25 и 26).

6) То же для линии наибольшего уклона к плоскости V_1 и вертикальным следом плоскости $П$?

7) Где будут лежать следы линий наибольшего уклона заданной плоскости.

8) Если задан эпюр плоскости следами (фиг. 18), то как построить проекции горизонталей и линий наибольшего уклона для этой плоскости?

Упражнение 8.

Проделать это для плоскости *По П'* (фиг. 18).

§ 10. Плоскости параллельные и пересекающиеся.

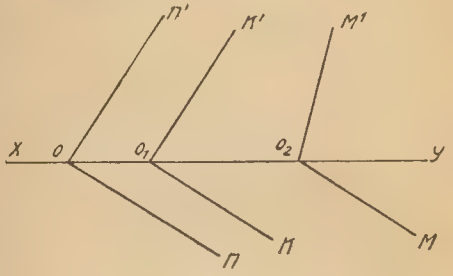
Упражнение 9.

На ранее приведенных эпюрах (фиг. 7, 11, 12 и 13) найти плоскости параллельные и пересекающиеся.

Вопросы:

1) При задании плоскостей следами как определить на эпюре их параллельность и какие из числа плоскостей, изображенных на фиг. 27 будут параллельны?

(Необходимо вспомнить теорему геометрии о пересечении двух параллельных плоскостей третьей плоскостью и отдать себе отчет, что такое следы плоскостей).



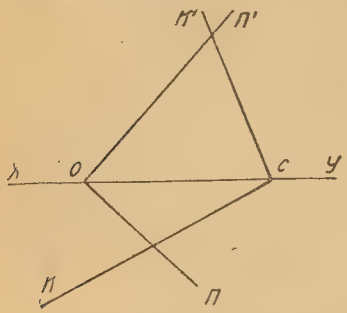
Фиг. 27.

2) На фиг. 7 найти линии пересечения плоскостей (т.-е. граней) боковой поверхности пирамиды и указать, сколько общих точек достаточно знать для построения каждой линии пересечения двух плоскостей.

3) Будут ли пересекаться плоскости, изображенные на фиг. 28, и если будут, то как построить линию их пересечения?

(При этом следует отдать себе отчет в том, что означает пересечение одноименных следов заданных плоскостей и где будут лежать вторые проекции точек пересечения этих следов на эпюре, а затем по полученным точкам строить проекции линий).

Рассматривая фиг. 13, мы видим, что линия пересечения *АБ* двух боковых граней изображенного тела (камня) может быть построена, соединяя между собой точки *А* и *Б*, получаемые от пересечения линий *АГ*, *БВ* и *АИ*, *БЗ*, представляющих собою горизонтали боковых граней, т.-е. линий пересечения этих граней (плоскостей) с двумя горизонтальными плоскостями (в данном примере с плоскостями верхней и нижней граней).



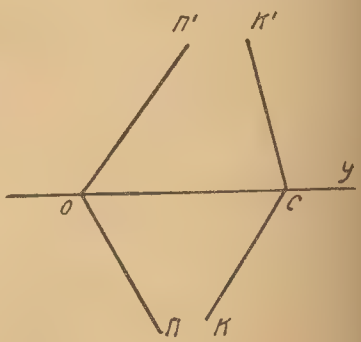
Фиг. 28.

Упражнения:

10) Воспользовавшись этим приемом, найти линию пересечения плоскостей, заданных следами (фиг. 29).

11) Для поверки решить эту же задачу с помощью двух фронталей.

Замечание. В отделе II (Проекции с числовыми отметками) даны примеры решения задач на пересечение плоскостей, когда плоскости задаются не следами, а иначе.



Фиг. 29.

§ 11. Пересечение тел между собою.

Если плоскости заданы не следами, а другими способами, то нахождение линии их пересечения делается также с помощью горизонталей или фронталей. Рассмотрим это в применении к многогранникам.

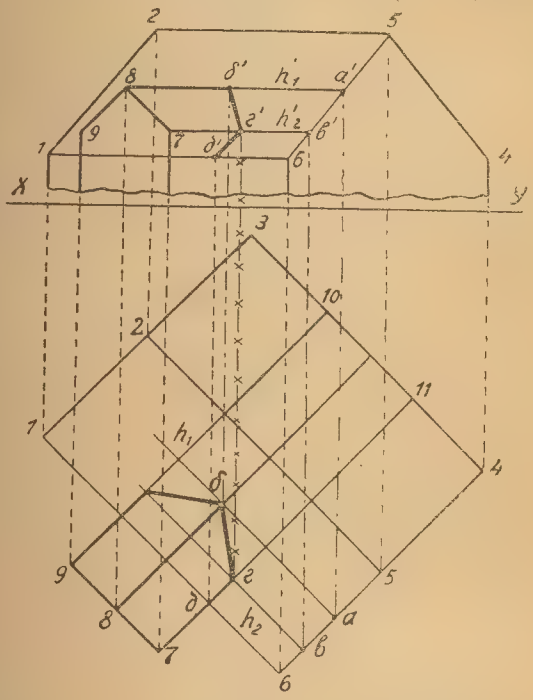
Так, на фиг. 30 показано построение линии пересечения *бгд*, *б′г′д′* скатов двух крыш.

Порядок построения:

1) Вычерчиваем заданные планы крыши (*1—2—3—4—5—6—7—8—9—10—11*) и соответствующие фасады для оси $x-y$, полагая, что высоты крыш должны быть известны (заданы).

2) Проводим на фасаде горизонталь h'_1 на уровне конька 2-й крыши и затем по точке a', a строим горизонтальную проекцию горизонтали h, что даст нам на плане точку $б_1$ по которой найдется и вертикальная проекция ее $б'$.

3) Совершенно также с помощью горизонтали h'_2 h_2 и вспомогательной точки $в'в$ получим точку $гг'$.

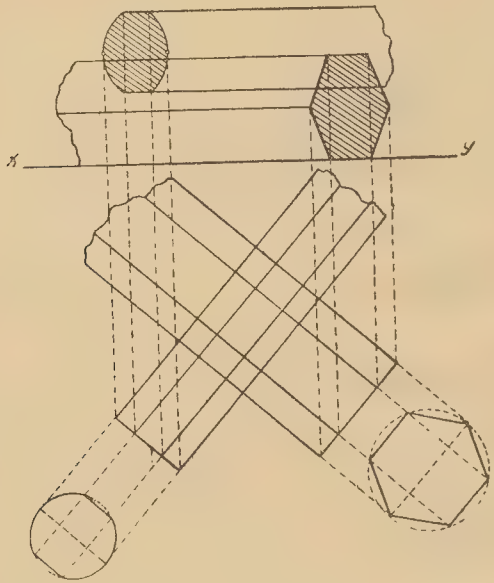


Фиг. 30.

Аналогично же этому найдется и точка $дд'$. После чего останется лишь соединить найденные точки прямыми линиями (показано более жирно).

Следует иметь в виду правило для определения линий пересечения многогранников, по которому сначала ищется

пересечение ребер одного многогранника с гранями другого и ребер 2-го с гранями первого.



Фиг. 31.

Вопрос:

Указать пересечение каких ребер (прямых линий) и с какими гранями (плоскостями) было найдено на фиг. 30?

Упражнение 12.

Построит линию пересечения тел, изображенных на фиг. 31.

При решении этой задачи следует иметь в виду, что кривые линии с достаточной для практики точностью можно строить по точкам с помощью лекала.

Цилиндрическую же поверхность можно представить как предел поверхности призматической при неограниченном увеличении (удвоении) числа граней.

Поэтому для построения линии сечения цилиндрической поверхности достаточно найти проекции нескольких (более характерных) точек этой линии (см. о кривых линиях далее § 16).

Глава IV. Изменение плоскостей проекций.

§ 12. Основные методы начертательной геометрии.

Для решения различных задач в начертальной геометрии существует три основных метода (или способа):

1) метод изменения плоскостей проекций,
2) метод вращения и
3) метод совмещения.

Последний из них, т.-е. метод совмещения, является частным случаем вращения, но так как этим методом решается ряд специальных задач (на развертки) то его обычно и выделяют особо.

Сущность и применение всех этих методов будет ясна из последующего. Следует заметить, что решение каждой задачи слагается из двух основных моментов:

1) решения задачи в пространстве т.-е. для начинающего — на модели или на перспективном чертеже, а для развившего способность к воображению — в мысленном представлении) и

2) решения той же задачи в проекциях (на эпюре), ибо второе без первого хотя и возможно по известным правилам, (если применять их автоматически) но зато при ясном

представлении задачи в пространстве будет возможность выбора более удачного метода [1]).

При этом сложность и трудность самого решения будет зависить от положения заданных элементов по отношению к плоскостям проекций, а потому выбор того или иного метода решения, сводящего задачу к частным положениям этих элементов по отношению к плоскостям проекций может значительно упростить построение.

Поэтому то три вышеназванные метода, дающие ключ к разрешению всевозможных технических задач, и являются теми „тремя китами“, на которых основана вся начертательная геометрия. Их и необходимо хорошо усвоить прежде, чем решать задачи.

Главное различие между первым методом и двумя прочими заключается в том, что в первом из них заданные элементы задачи остаются неподвижными, а изменяются плоскости проекций, тогда как в двух других — эти плоскости будут неизмененными, а перемещаются сами элементы.

§ 13-а. Перемена вертикальной плоскости проекций.

Если мы имеем какую-либо точку A (фиг. 32), отнесенную к плоскостям проекций H и V, то какие произойдут изменения в координатах точки, если мы изменим вертикальную плоскость проекций V на новую V_1?

Вопросы:

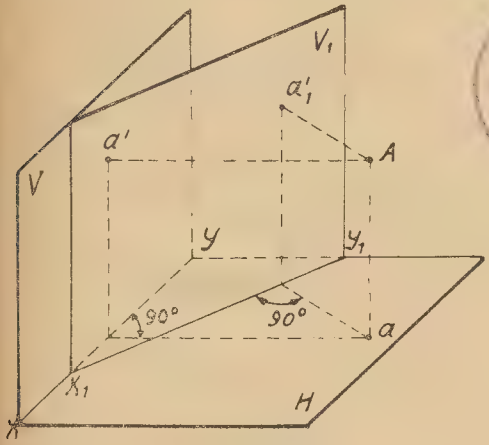
1) Изменяется ли при этом ось проекций (линия земли $x—y$)?

---

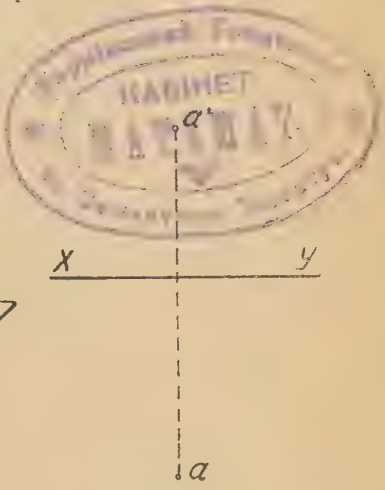
[1]) Это очень ярко выражается словами одного ученого (Георга Кларка, английского военного инженера), который сравнивая задачи математики и начертательной геометрии говорит, что первые можно решать „способом систематического наступления“, тогда как вторые „должны быть взяты штурмом“, т.-е. в них могут быть одновременно охвачены воображением и условие решение, а также уже предвиден и самый результат, что и даст лишний козырь в руки решающего.

2) Изменится ли положение горизонтальной проекции точки и величина ее отметки?

3) Как построить новые проекции точки A на эпюре (фиг. 33) для случая, показанного на фиг. 32?



Фиг. 32.



Фиг. 33.

4) Если задана какая-либо прямая в системе плоскостей H и V (например линия AB, фиг. 14 и 15), то как надо изменить вертикальную плоскость, чтобы эта прямая стала бы в новой системе фронталью?

Упражнения:

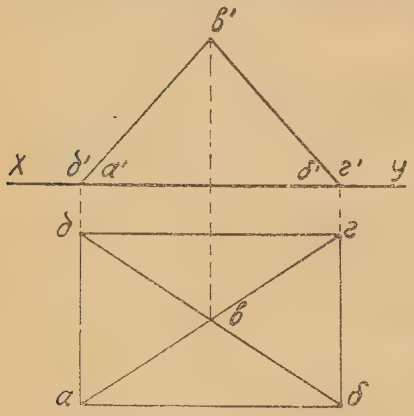
13) Пользуясь методом изменения плоскостей проекций, определить истинную длину стропильной ноги DB шатровой крыши, изображенной на фиг. 34 и угол наклона этой ноги к горизонту.

14) Сделать то же для ноги *1—3* фиг. 21.

§ 13-б. Перемена горизонтальной плоскости проекций.

Вопросы:

1) Проверить построением, изменятся ли в предыдущем случае найденные величины, если мы передвинем ось проекций $x—y$ параллельно самой себе несколько выше, например, до уровня отметок точек *1* и *2*?



Фиг. 34.

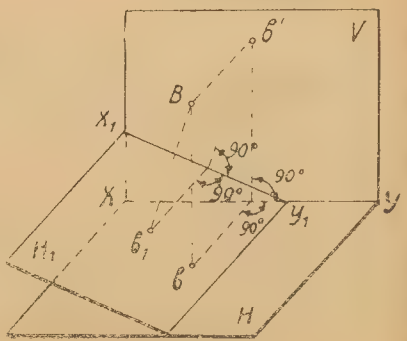
2) Что означает в пространстве перемещение на эпюре оси $x—y$ в новое положение выше первоначального?

3) Изменится ли величина отдаления для точки B (фиг. 35), если заменить плоскость H на H_1?

Упражнения:

15) Вычертить эпюр для точки B (фиг. 35) в системе H и V и показать, как отразится на эпюре замена H на H_1.

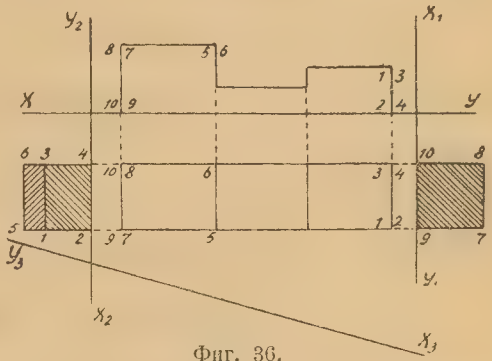
16) С помощью изменения горизонтальной плоскости проекций найти длину ребра $AБ$ на (фиг. 13).



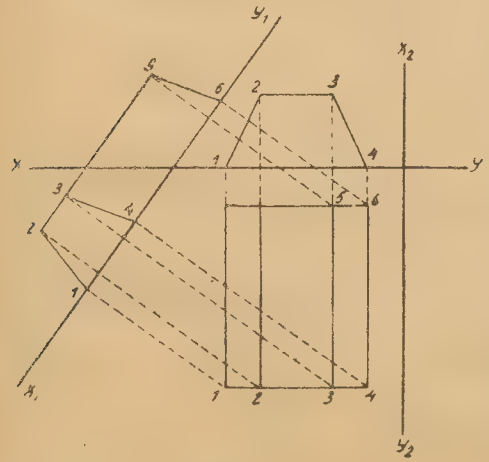
Фиг. 35.

§ 14. Примеры на перемену одной плоскости проекций.

Метод изменения плоскостей проекций находит применение не только для определения по чертежу размеров различных частей изображенных предметов, но и для получения дополнительных изображений, поясняющих их внешний вид, например, боковых фасадов и наглядных изображений. Первые получаются при перемене одной плоскости проекций.



Фиг. 36.



Фиг 37.

Так, например, на фиг. 36 показано построение двух боковых фасадов плотничной врубки „в замок“ пользуясь изменением вертикальной плоскости проекций (оси $x_1 — y_1$ и $x_2 — y_2$).

На фиг. 37 построен произвольный боковой фасад земляной насыпи, переходя от системы $x — y$ к новой $x_1 — y_1$.

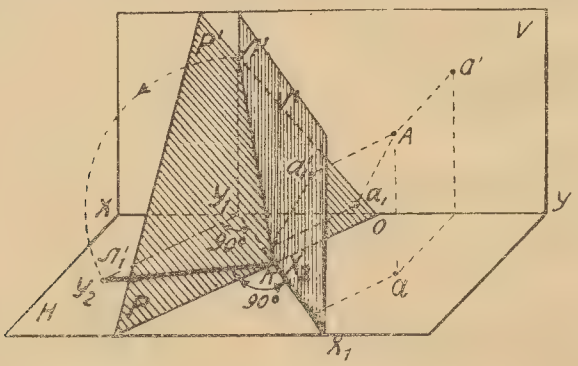
Упражнения:

17) Построить фасад врубки (фиг. 36) в системе x_3—y_3.

18) Спроектировать насыпь (фиг. 37) на вертикальную плоскость дла оси x_2—y_2.

§ 15. Перемена двух плоскостей проекций.

Для получения наглядного изображения выбирают новую плоскость проекций такую, на которой могло бы получиться желаемое изображение. Эта плоскость P_0 P' для точки A



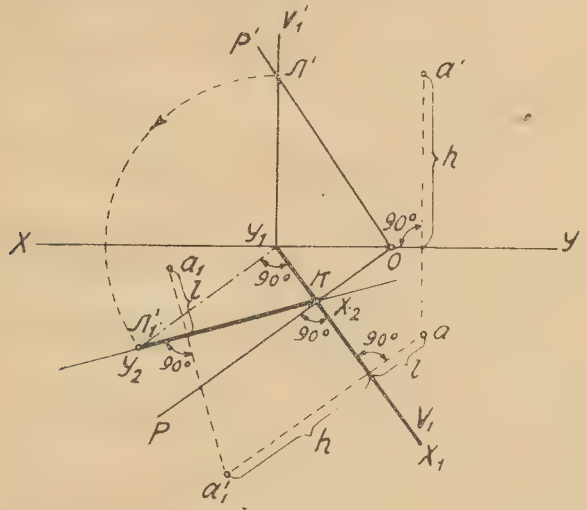
Фиг. 38.

(фиг. 38) будет, следовательно, произвольно расположена по отношению к первоначально заданным плоскостям проекций H и V.

Чтобы перейти от системы H и V к другой, в которой плоскость P являлась бы одной из новых плоскостей проекций (например, горизонтальной), проводим любую новую вертикальную плоскость V' перпендикулярную к P. Тогда, по предыдущему, мы сначала перейдем от системы H и V к системе H и V', а затем уже от этой системы — к системе V' и P. Тогда все сводится к предыдущему — к последовательной замене в каждой системе только одной из плоскостей проекций.

Осью проекций будут в первом случае—след. плоскости V' на H, а во втором—след. плоскости P на V', т.-е. линия $КЛ'$ (линия пересечения этих двух плоскостей).

Необходимо только иметь в виду, что мы все должны изобразить на чертеже (эпюре) на одной и той же плоскости H, совмещенной с плоскостью нашего чертежа.



Фиг. 39.

Когда мы от системы H и V перейдем к H и V', то для точки A проекции в этой системе будут a_1 a'_1. Наблюдая двугранный угол $H — V'$ от точки A, мы должны поставить x_1 слева, а y_1 справа и плоскость V', для получения эпюра, откинуть от себя (по направлению показанному стрелкой). Тогда точка K линии $КЛ_1$ останется на месте, а точка $Л'$ упадет на плоскость H по пендикуляру из точки пересечения осей $x—y$ и $x_1—y_1$ (точки y_1) в положении $Л_1'$. При этом очевидно, что линия $КЛ_1'$ будет изображением линии $КЛ'$ после отворота плоскостей V_1. А так как эта линия есть ось проекций для системы $V'P$, то, следовательно, $КЛ_1'$ и есть

направление на эпюре этой новой оси. Следует только заметить, где должно поставить x_2 и где y_2. Это решается очень просто. Точка a_1' есть новая вертикальная проекция точки A и лежит выше линии $КЛ'$. После совмещения V' с плоскостью эпюра она должна быть выше оси проекций, а это может быть только тогда, если x_2 поставим у точки $К$, а y_2 у точки $Л_1'$.

На фиг. 39 показано изображение на эпюре всего того же, что и на фиг. 38. Сравнивая оба эти чертежа, легко уяснить, как находится на эпюре ось x_2—y_2, если задано произвольная плоскость проекции P своими следами P_0P':

Вопросы:

1) Какой угол на эпюре (фиг. 39) будет между горизонтальными следами плоскостей P и V (т.-е. линиями P_0 и x_1—y_1) и почему?

2) Чему равна величина отметки a_1' в системе x_1—y_1?

3) Где проекция заданной точки на плоскость P_0P'?

4) Чему равна величина отдаления этой проекции?

Пример.

На фиг. 40 показан пример получения наглядного изображения предмета, т.-е. такого, при котором получаются видимыми все три его измерения [1]).

Первоначально был задан брус в проекции x—y.

Требовалось построить проекцию его на плоскость P_0P'. Это сделано при помощи вспомогательной вертикальной плоскости $V_1\ K\ V_1'$.

Вопросы:

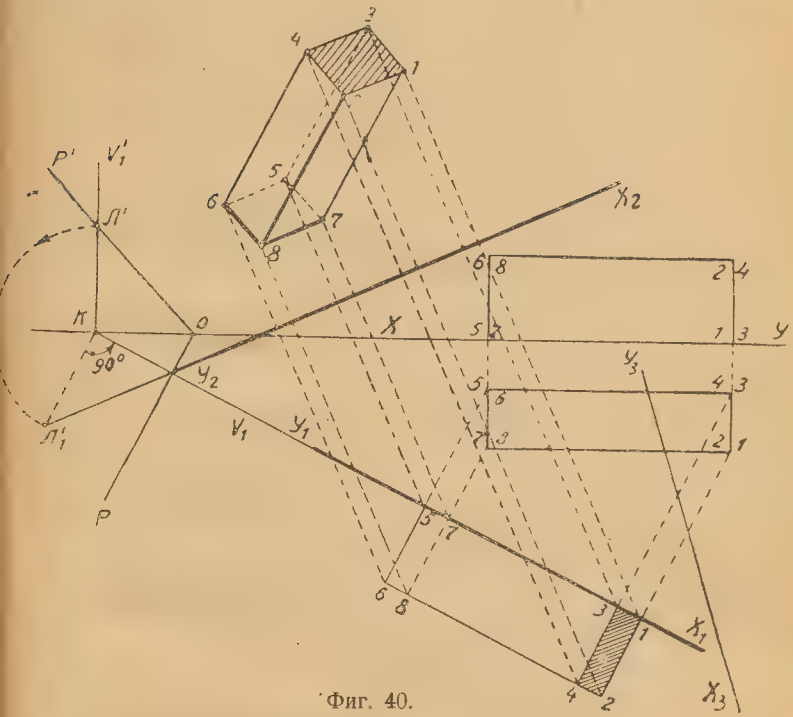
1) Как определяется в системе x_1—y_1 видимость или невидимость граней $1—3—4—2$ и $5—6—8—7$?

(Рекомендуется решить этот вопрос с помощью модели. Несколько далее дано пояснение).

---

[1]) Это есть так называемая прямоугольная аксонометрическая проекция (см. отдел III).

2) Как определяется видимость этих же граней для системы $x_2 - y_2$?



Фиг. 40.

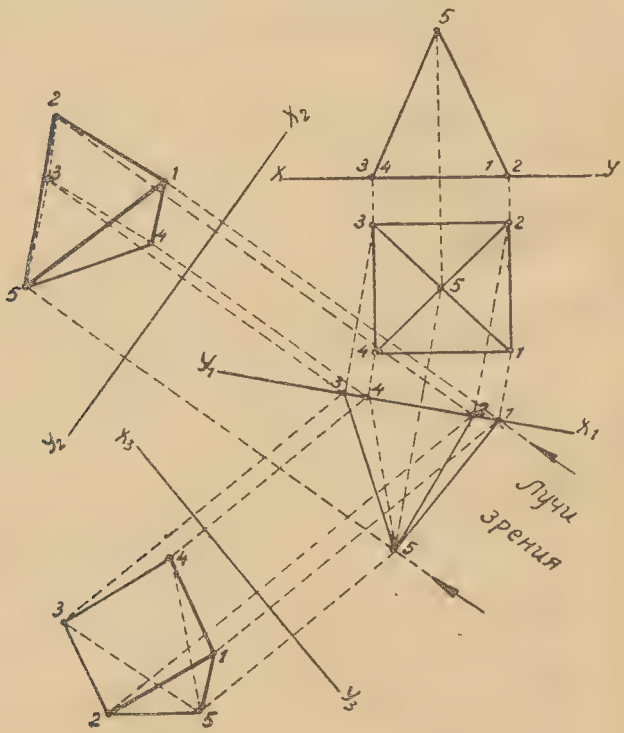
Упражнения:

19) От системы $x_1 - y_1$ перейти к системе $x_3 - y_3$ (фиг. 40), определив, которая из торцевых (т.-е. меньших боковых) граней будет при этом видна на полученном изображении.

20) Построить наглядные изображения для врубок, изображенных на фиг. 10 и 11.

Замечание.

При определении видимых ребер граней в наглядных изображениях необходимо иметь в виду, что изображаемые тела считаются непрозрачными, а проводимые линии отражения



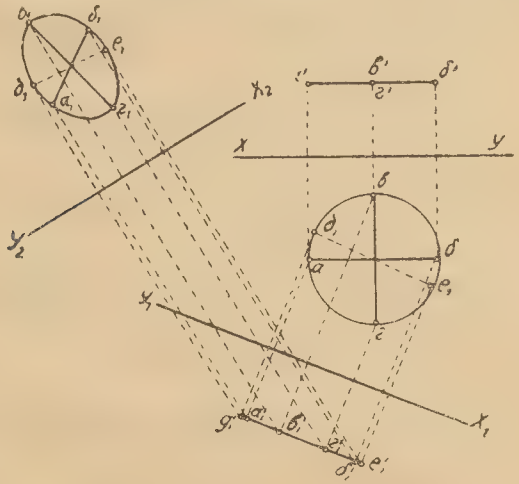
Фиг. 41.

(т.-е. проектирующие перпендикуляры) показывают как бы направление лучей зрения (фиг. 2 и 41) для наблюдателя смотрящего из бесконечности. Поэтому на эпюре те ребра и грани, которые будут встречаться на одной проекции этими

лучами раньше других — будут видимы на соответствующей второй проекции (дающей наглядное изображение), и показываются сплошными линиями. Невидимые же ребра граней принято показывать на чертежах пунктирными линиями. Так, на фиг. 41 основание пирамиды $1-2-3-4$ не будет видно при проектировании в системе x_2-y_2, а для проекции в системе x_3-y_3 это же основание оказывается видимым. (Наблюдения над моделью весьма просто поясняют это правило).

§ 16. Проекции круга.

Для построения кривых линий достаточно знать характерные точки этих кривых. Поэтому в частности для построения проекций круга при перемене плоскостей проекций (фиг. 42)



Фиг. 42.

можно провести диаметры этого круга или вписать в него какой-либо правильный многоугольник (например 6-ти угольник) и затем проектировать эти диаметры или вершины много-

угольника по предыдущему. Зная же точки, через которые будет проходить окружность, не трудно вычертить и ее проекцию, пользуясь лекалом.

Упражнения:

21) Найти для оси $x\,y$ следы той плоскости, на которой спроектирован круг в искаженном виде, т.-е. в виде овала (фиг. 42).

22) Вычертить наглядное изображение цилиндра.

23) Построить наглядное изображение конуса.

§ 17. Общие выводы:

Уже из рассмотренных немногих примеров видно, что метод изменения плоскостей проекций имеет большое практическое значение.

Пользуясь им мы можем по чертежу решать различные задачи, а именно;

1) находить истинные размеры тех частей, которые на чертеже проектируются в сокращенном виде,

2) по двум основным проекциям (плану и фасаду) получать дополнительные проекции (боковые фасады)

и, наконец, 3) получать наглядные изображения, способствующие выяснению общего взаимного расположения частей и внешнего вида предмета, т.-е. переходить от проекций ортогональных к прямоугольным аксонометрическим.

Глава V. Метод совмещения.

§ 18. Основные приемы метода совмещения.

Технический чертеж не только должен давать возможность производить измерения всех изображенных частей предмета, но и позволять, в нужных случаях, изготовлять модель, строго соответствующую размерам этих частей:

Поэтому-то и говорят, что чертеж — „воздушная“ модель. Такие модели легко делать, пользуясь методом совмещения.

Этот метод находит широкое практическое применение во многих ремеслах.

Жестянику, кровельщику, портному, сапожнику и многим другим мастерам постоянно приходится пользоваться этим методом в своих предварительных работах при вычерчивании и последующем вырезывании тех выкроек, из которых затем получаются, изготовляемые ими предметы.

Этим же методом приходится пользоваться при подсчете количества строительных материалов, когда составляются сметы; например, при подсчете листов железа, требуемого для сложной крыши здания, пользуясь планом и фасадами этого здания.

Если мы возьмем, например, почтовый конверт и расклеем его, то тогда он может быть развернут. Полученная фигура и будет называться разверткой конверта. Можно делать развертку поверхности любого тела, например, цилиндра, конуса, пирамиды и др.

Допустим, что пирамида, изображенная на фиг. 30, сделана из картона или бумаги и затем разрезана по ребрам *ав*, *вд*, *вг* и *вб*, тогда ее боковые грани можно будет развернуть и они совпадут с плоскостью основания пирамиды. На фиг. 43 это и показано для двух граней.

Вопросы (к фиг. 43):

1) Где будут находиться оси вращения боковых граней при их разворачивании?

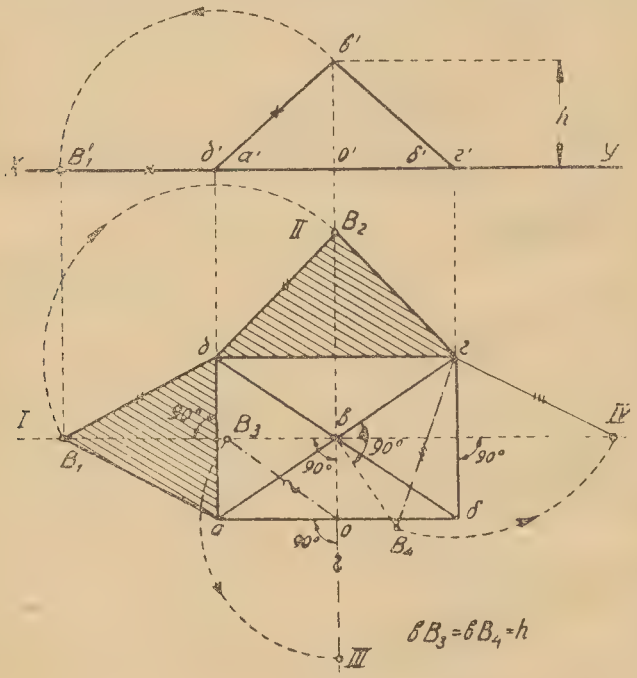
2) Какой угол при этом составляет плоскость вращения вершины (т. е. плоскость, в которой движется вершина) с осью вращения?

3) Под каким углом к оси вращения будет линия, соединяющая горизонтальную проекцию вершины *в* с ее совмещенным положением B_1 на эпюре?

4) Чему равна величина радиуса вращения для вершины B_1 на грани $aB_1д$?

Заметим, что решение задачи на развертку можно выполнить различными способами, используя частные положения элементов фигуры.

I. Так для грани *I* (фиг. 43) нам удобно было начать развертку с фасада (где радиус вращения, как фронталь, проек-



Фиг. 43.

тируется в натуральную величину), совмещая вершину *в*, в положение B'_1 и затем найти ее горизонтальную проекцию B_1 на пересечении линии отражения проведенной из B'_1 с продолженным перпендикуляром из точки *в* на ось *ад*.

II. Развертка же *II* грани затем легко находится по точке B_2, которая определяется засечкой из точки *д*, имея в виду, что линии $дB_1$ и $дB_2$ должны быть равны, как изображения одного и того же ребра *дв* при его разворачивании.

III. Может случиться, однако, что радиус вращения вершины *в* (при каком-либо ином положении грани, например, *абв*) будет на плане и на фасаде проектироваться в искаженном виде (*вo*, *в′o′*). Тогда его величина может быть легко найдена совершенно независимо от соседних граней, изменяя вертикальную плоскость проекций (т.-е. проводя новую ось проекций по направлению *ов*) и совмещая этот радиус на плоскость *H* в положение oB_3 (см. § 13). Следует иметь в виду, что величина отметки для точки *в* при этом не изменится, т.-е. $вB_3 = o'в'$. Положение вершины пирамиды *в* при развернутой грани *авб* будет в точке *III*.

Вопросы:

1) Чему равна величина oB_3 из треугольника $овB_3$ и что представляют катеты этого треугольника?

2) Где должен быть центр дуги при повороте совмещенного радиуса oB_3 в положение *oIII*?

3) Как находится точка *III*?

IV. Вместо отыскания радиуса вращения вершины, т.-е. высоты боковой грани, может быть иногда почему-либо удобнее находить непосредственно величину бокового ребра (напр. *вг*, для грани *IV*).

Тогда, подобно предыдущему, находится истинная величина этого ребра $гB_4$ путем изменения плоскости *V* и совмещением с *H*. После чего останется повернуть это ребро в положение *гIV*.

Вопросы:

1) Чему равна величина $гB_4$ из треугольника $гвB_4$?

2) Где должен находиться центр дуги при повороте линии $гB_4$ в положение *гIV*?

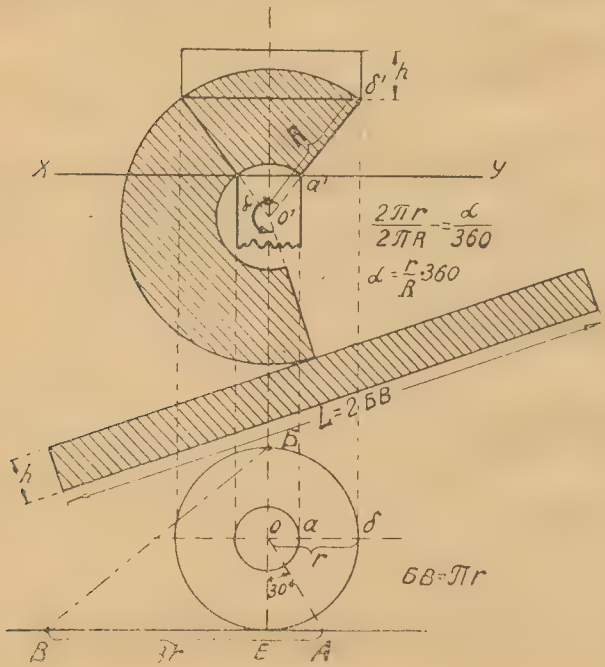
3) Как находится точка *IV*?

Упражнения:

24) Построить развертку пирамиды, изображенной на фиг. 7.
25) Развернуть усеченную пирамиду фиг. 20.
26) Развернуть многогранник, изображенный на фиг. 13.

§ 19. Развертка тел вращения.

Для уяснения приемов, применяемых при развертке простейших тел вращения (например прямого цилиндра, конуса, усеченного конуса), рассмотрим, как получить развертку водосточной воронки (фиг. 44) по ее плану и фасаду.



Фиг. 44.

Коническая часть воронки представляет усеченный конус. Продолжим образующие этого конуса до их пересечения в точке o'. Развертка боковой поверхности конуса представляет круговой сектор, радиусом которого R будет образующая $o'б'$. Описав такой круг из центра o', попробуем найти величину центрального угла α, соответствующую искомой величине сектора. Заметим, что направляющая боковой поверхности конуса есть окружность радиуса r (что видно по плану).

Длина этой окружности $= 2\pi r$. Длина же всей окружности радиуса R будет $2\pi R$. Но длина дуги, соответствующей сектору развертки воронки, будет только некоторой частью длины всей этой окружности и во столько раз меньшей, во сколько угол α меньше 360°.

Поэтому угол α найдется из пропорции

$$\frac{2\pi r}{2\pi R} = \frac{\alpha}{360},$$

откуда

$$\alpha = \frac{r}{R} \cdot 360.$$

Например, если

$$\frac{r}{R} = \frac{2}{3},$$

то $\alpha = 240°$.

Построив этот угол, мы и получим искомый сектор. Описав же из o' дугу радиусом $o'a'$, мы находим развертку усеченного конуса, т.-е. боковой поверхности воронки (покрыта штриховкой).

Развертка цилиндрической части будет в виде прямоугольника со сторонами: h, взятой с фасада и L, определяемой, как выпрямленная длина окружности плана воронки. Графически эта величина находится так: проведем касательную AB (см. план) перпендикулярную к диаметру $БоЕ$ в точке E

и построим центральный угол в 30°, откладывая его от линии oE в какую-либо сторону, например, вправо.

Пересечение продолженного радиуса с касательной даст точку A. Отложив от этой точки по касательной величину $AB = 3\ r$ и соединяя точку B с $Б$, мы и найдем длину $BБ$ равную выпрямленной дуге полуокружности, т.-е. $БB = \pi r$. Построение это приближенное, но для практических целей дающее вполне достаточную точность.

Итак, L будет $= 2\,BБ$.

Упражнение 27.

Развернуть прямой круговой цилиндр, усеченный непараллельно основанию.

§ 20. Восстановление плоских фигур из совмещенного положения.

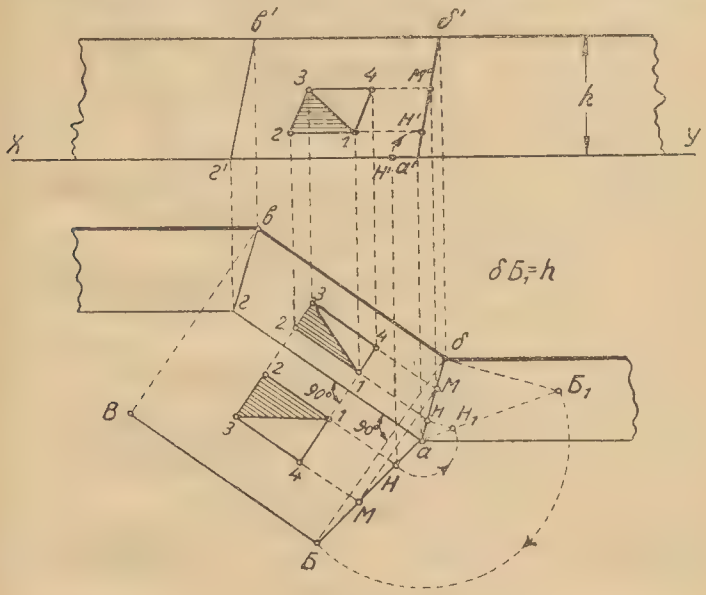
В некоторых случаях приходится решать задачу обратную совмещению. А именно, например, когда хотят изобразить на плане и фасаде фигуру, расположенную не параллельно плоскостям проекций и потому представляющуюся в искаженном виде.

Для примера решим следующую задачу.

Пусть на фиг. 45 представлен план и фасад насыпи окопа, делающей излом. Тогда плоскости этого излома *абвг*, *а′б′в′г′* представятся на эпюре в искаженном виде. Если мы захотим показать на этих же проекциях изображение какой-либо фигуры, например, бойницы или дернины определенных размеров и формы (допустим прямоугольной) [1]), то для этого нам придется повернуть на плане плоскость *абвг* вокруг оси *аг* до совмещения с *H*. Это мы сделаем по предыдущему и тогда

[1]) Прямоугольник разделен диагональю на два треугольника, один из которых заштрихован, чтобы было яснее, как поступать в случае фигуры произвольного очертания (пользуясь хордами для криволинейных очертаний).

получим фигуру *агВБ*. На полученной фигуре (проектирующейся уже без искажения) мы легко сможем начертить нашу бойницу заданного размера (фиг. 1, 2, 3 и 4); после чего нам предстоит повернуть всю отвернутую плоскость обратно в прежнее положение и тогда бойница займет надлежащее ей



Фиг. 45.

место, спроектировавшись теперь уже в искаженном виде. Это искаженное изображение мы и построим.

Для этого проведем через точки *1*, *2*, *3* и *4* горизонтали. Они пересекутся с *аБ* в точках *М* и *Н*. Эти точки при обратном вращении плоскости *агВБ* (т.-е. при восстановлении ее в первоначальное положение) будут двигаться перпендикулярно к оси *ог*, т.-е. по линиям параллельным *бБ*. Линии же

эти пересекутся с $аб$ в точках $м$ и $н$, которые и являются горизонтальными проекциями восстановленных точек M и H.

Вертикальные проекции их $м'$ и $н'$ находятся совершенно так же на пересечении линий отражения с $а'б'$. Может случиться, однако, что угол $баБ$ будет близок к 180° и тогда трудно будет найти некоторые точки пересечения, ибо перпендикуляры к оси $аг$ могут почти сливаться с линиями $аБ$, $аб$. В этом случае можно поступить так, как это показано для отыскания точки $н$ по ее совмещенному положению H (т.-е. проделано в обратном порядке построение аналогичное построению точки $Б$ по ее проекции $б$), где линия $нН_1$ параллельна $бБ'$.

В тех случаях, когда вертикальная проекция ребра излома будет близка к перпендикуляру к оси x—y, можно также применить способ, показанный для нахождения $н'$ независимо от $н$, т.-е. находя H' по H и поворачивая линию $а'H'$ около точки $а'$ (иными словами засекая $а'б'$ из точки $а'$ радиусом $а'H'$).

Проводя через точки $н$, $н'$ и $м$, $м'$ горизонтали (они будут параллельны оси $аг$, $а'г'$), мы находим сначала горизонтальную проекцию взятой фигуры (бойницы) на пересечении перпендикуляров к оси $аг$, проведенных из углов совмещенной фигуры до пересечения с горизонтальными проекциями горизонталей. После чего уже находится и вертикальная проекция фигуры — на пересечении линий отражения с вертикальными проекциями горизонталей.

Вопросы:

1) Под каким углом к оси вращения движется каждая точка восстановляемой фигуры?

2) Где должен быть наибольший размер фигуры из всех трех изображений (совмещенное положение, план и фасад)?

3) Как найти проекции линии 1—3 (фиг. 45) по ее совмещенному положению 1—3?

Упражнения:

28) По совмещенным положениям начертить, на заданной плоскости восстановленные изображения трапеции и правильного шестиугольника.

29) Применяя метод совмещения и последующее восстановление, показать на произвольно заданной плоскости проекции круга.

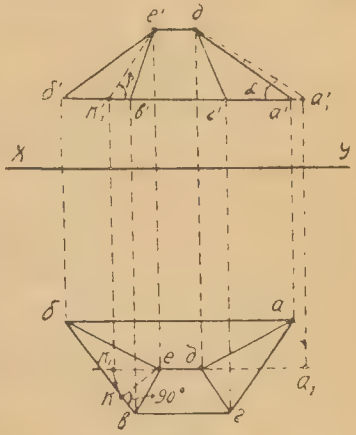
Глава VI. Метод вращения.

§ 21. Вращение точки, прямой и плоскости.

Метод вращения также дает возможность решать ряд практических задач, когда применение его оказывается удобным по условиям задания.

Для уяснения основ этого метода рассмотрим следующий практический пример.

Пусть задана крыша *абвг*, *а′б′в′г′* (фиг. 46) с коньком *ед*, *е′д′*. Если мы захотим определить длину ребра *ад*, *а′д′* и угол наклона его к горизонту, то должны сделать это ребро фронтальным. Если мы повернем взятое ребро в положение параллельное плоскости *V*, тогда его вертикальная проекция a'_1, $д'$ и будет равна длине ребра, а также найдется искомый угол α, составляемый этой проекцией с осью *ху*.



Фиг. 46.

Вопросы:

1) Что в данном случае служит „осью вращения" ребра *АД*?

2) В какой плоскости пространства и по какой кривой движется точка a, a'?

3) Чему равен „радиус вращения“ этой точки и где он на эпюре?

4) Как находится повернутое положение взятой точки на эпюре?

5) Почему, при вращении вокруг вертикальной оси, не меняется величина отметки взятой точки?

6) Чем представляется на эпюре вертикальная проекция дуги aa_1 (т.-е. какой линией и под каким углом к оси $x — y$)?

Имея в виду, что прямая линия вполне определяется двумя точками и заметив правила, по которым производится вращение точки на эпюре, мы съумеем построить и проекции повернутой линии по любым ее двум точкам (для отрезка линии это будут обычно концы отрезка).

Поворот плоскости (например, плоскости *бве*, *б'в'е'*) производится с помощью горизонтали (т.-е. прямой линии), взятой в этой плоскости (например, горизонтали *бв*, *б'в'*), ибо при повороте горизонтали, конечно, вместе с ней повернется вся плоскость, т.-е. поворот плоскости сводится к повороту линии.

Если мы захотим определить угол наклона взятой плоскости к горизонту, то на эпюре этот угол нам будет виден без искажения лишь тогда, когда наша плоскость станет в положение перпендикулярное к плоскости V, т.-е. будет проектироваться в виде прямой, а вертикальная проекция горизонтали *б'в'* обратится тогда в точку. Так, если мы будем вращать взятую плоскость вокруг вертикальной оси, проходящей через точку *е*, *е'* этой плоскости, то кратчайшее расстояние горизонтали от оси вращения спроектируется на плане прямой *ке*.

Вопросы:

1) Когда *бв* займет положение перпендикулярное к плоскости V, то как расположится прямая *ек*?

2) Что тогда будут представлять на эпюре:

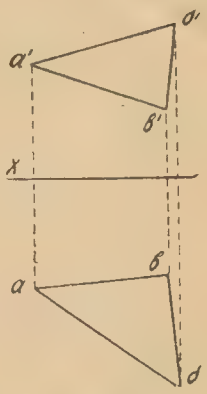
а) проекция κ', б) линия $e'\kappa'$ и 3) угол β (т.-е. что он будет измерять)?

Упражнение 30.

Требуется определить с помощью метода вращения:

1) угол наклона к горизонту треугольника *АБВ* (фиг. 47) и

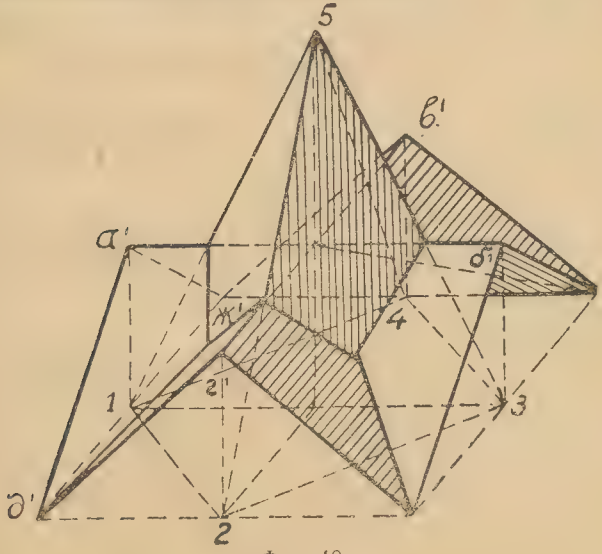
2) истинную форму этого треугольника.



Фиг. 47.

§ 22. Применение метода вращения для определения взаимного пересечения линий и плоскостей в многогранниках.

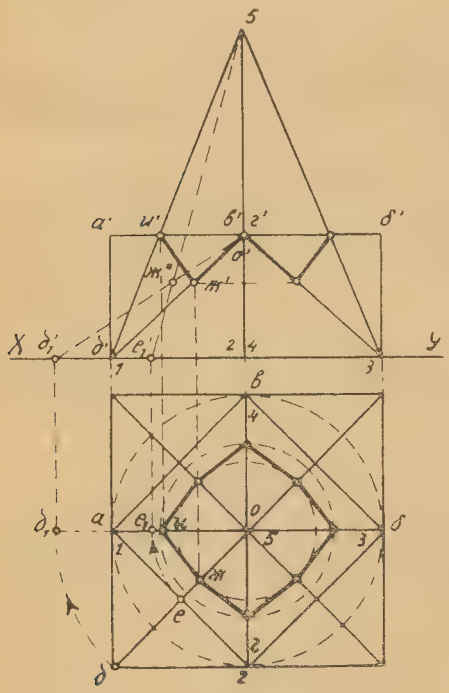
Допустим, что требуется найти линию пересечения четырехгранного шпица



Фиг. 48

и восьмигранной крыши, представленных в перспективном изображении на фиг. 48.

Чтобы решить эту задачу в ортогональных проекциях (фиг. 49), мы воспользуемся приемами предыдущего §, имея в виду, что пересечение линий (ребер и коньков) определится на фасаде, когда эти линии будут лежать в плоскости параллельной V (например, точка $и'$).



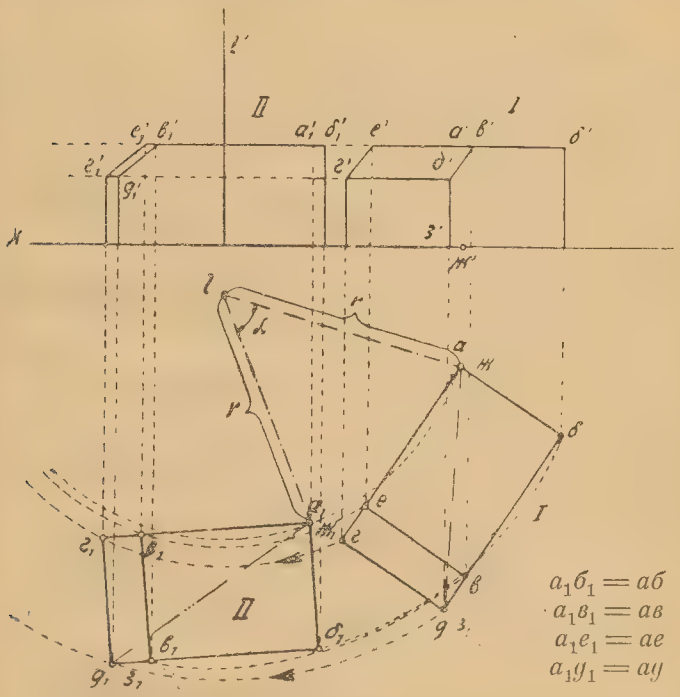
Фиг. 49.

Точка пересечения линии ($од$, $о'д'$) с плоскостью *1—5—2* определится, когда та и другая будут наблюдаться нами сбоку, т.-е. линия $ОД$ станет фронтальной, спроектировавшись на вертикальную плоскость в виде прямой $о'д'$: а плоскость *1—5—2* займет положение боковой плоскости, т.-е. спроектируется на вертикальную плоскость в виде прямой $е'$, *5*.

Тогда точка их пересечения $ж''$ легко находится на фасаде. А вращая обратно эти линии на прежнее место, мы найдем и действительное положение точки пересечения в условиях задания (точка $ж'$).

По вертикальным проекциям найденных точек $и'$, $ж'$ определятся их горизонтальные проекции $и$, $ж$.

Заметим, что мы нашли две общие точки, принадлежащие линии пересечения двух плоскостей. Между тем, как известно из курса геометрии, что если две плоскости имеют две общие точки, то они имеют и общую прямую (в данном случае



Фиг. 50.

линию их пересечения). Поэтому, соединяя найденные точки на плане и фасаде, мы и получим нужный нам отрезок искомой линии *иж*, *и′ж′*.

Прочие точки линии пересечения находятся имея в виду их симметрию с двумя найденными. Соединяя же их между

собою прямыми, мы и получим всю нужную нам линию пересечения заданных скатов крыши на плане и фасаде (прочерчено более жирно).

§ 23. Вращение многогранных тел.

Вращение многогранных тел производится совершенно так же, как точек, линий и плоскостей, ибо этими геометрическими элементами поверхность тела и ограничена.

На фиг. 50 показан пример поворота камня вокруг вертикальной оси ll' из положения I в положение II.

При вращении угловые точки будут в плане описывать дуги соответствующих радиусов (для точки a это будет радиус r). Все эти дуги будут концентрическими с общим центром в l.

Имея же в виду, что при таком вращении горизонтальная проекция тела своей формы и размеров не меняет, легко вычертить план тела после поворота, а затем и фасад его.

Упражнение 31.

Найти угол наклона к горизонту грани $гевд$, $г'е'в'д'$ этого же камня (фиг. 50).

§ 24. Пересечение кривой поверхности вращения с плоскостью.

Возьмем тело вращения кувшинообразной формы (фиг. 51), т.-е. тело имеющее поверхность, ограниченную какой-либо кривой образующей.

Чтобы вычертить первоначально план и фасад этой поверхности, возьмем вертикальную ось вращения $o'o'_1$ и затем зададимся любой кривой образующей $1-2-3-4-5$ (левая половина фасада).

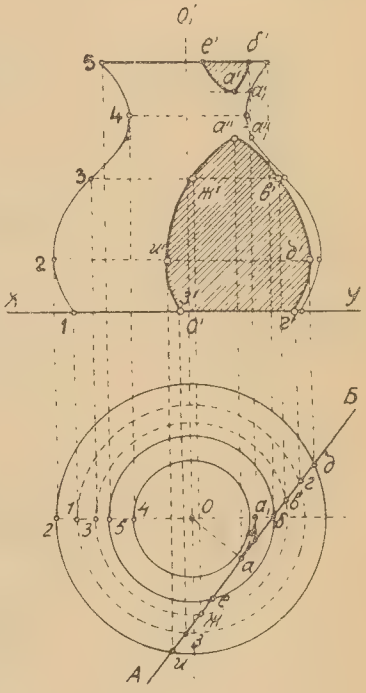
Кривые линии вычерчиваются по лекалу, пользуясь некоторыми особенными точками этих линий. Такие точки будут кроме начала и конца кривой еще а) точки пере-

гиба (например, *3*) и b) точки возврата (напр, *2* и *4*). Пользуясь этими точками и лекалом мы сможем начертить на фасаде, симметрично относительно оси, и правую половину фигуры.

План вычерчивается, пользуясь теми же особенными точками и имея в виду, что линии невидимые и вспомогательные чертятся пунктиром (например, круги для точек *1,3*).

Нахождение на фасаде линии пересечения взятой поверхности с вертикальной плоскостью *АБ* не представит затруднений. Для этого спроектируем на фасад с плана все точки пересечения линий *АБ* с начерченными кругами и затем соединим их главной кривой (по лекалу).

Исключение составляет точка *a*, так как ей на фасаде будут соответствовать две точки a' и a'', ибо взятая плоскость не доходит до круга *4*. Чтобы найти эти точки, мы сначала повернем (на плане) плоскость *АБ* в положение перпендикулярное к *V*. Тогда точка *a* займет положение a_1', что и даст возможность найти на фасаде точки a_1' и a_1'' пересечения этой плоскости с кривой поверхностью. А проводя затем через полученные точки горизонтали, мы и найдем с их помощью вышеуказанные точки a' и a'' (на пересечении линии отражения, проведенной из a_1 с соответствующими горизонталями фасада).



Фиг. 51.

Вопросы:

1) Что будет получаться в пространстве и на эпюре от вращения точек *1*, *2*, *3* и т. д. вокруг вертикальной оси?

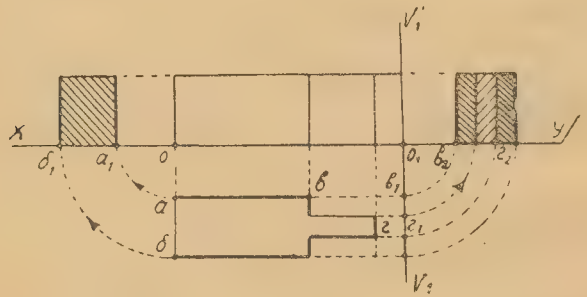
2) Что будет получаться на фасаде от пересечения взятой поверхности с вертикальной плоскостью, проходящей через ось вращения?

3) Что получится на фасаде, когда плоскость сечения будет профильной?

Упражнения:

32) Построить фасад сечения артиллерийского снаряда вертикальной плоскостью, проходящей под углом в 45° к плоскости *V*.

33) Построить на фасаде линии пересечения вертикального цилиндра с горизонтальным, при чем диаметр первого больше второго (например, соединение водопроводных труб „тройником“).



Фиг. 52.

На фиг. 52 показано построение боковых фасадов плотничной врубки „гребнем“, с помощью комбинирования изменения плоскостей проекций и последующего вращения вокруг вертикальной оси. (Сравнить с изображением на фиг. 36).

ОТДЕЛ II.

Проекции с числовыми отметками.

Глава VII. Проекции многогранников.

§ 25. Особенность проекций с числовыми отметками.

Числовые отметки для отдельных точек применялись еще в средние века. Известно, что ими пользовались торговые народы для обозначения глубин на своих морских картах.

Начиная со второй половины 18-го века этот способ начал применяться при проектировании фортификационных земляных сооружений.

А позднее, в конце 18-го века, при помощи проекций с числовыми отметками стали изображать и рельеф земной поверхности.

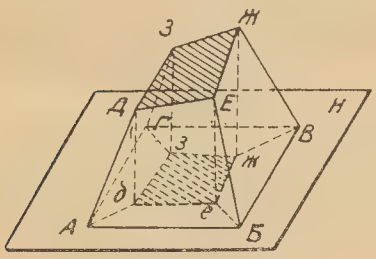
В настоящее время этот метод изображения находит самое широкое применение в различных областях техники.

Отличие проекций с числовыми отметками от ортогональных проекций заключается лишь в том, что мы имеем здесь проекцию на одну плоскость. А потому на эту плоскость могут быть спроектированы только два измерения предмета (длина и ширина), третье же измерение (высота) заменяется уже числом, показывающим превышение или понижение различных точек этого предмета относительно взятой плоскости проекций.

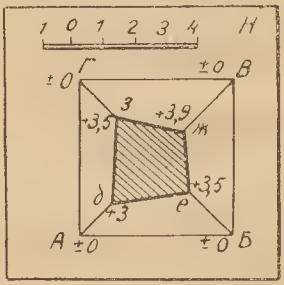
На фиг. 54 представлена в соответствующем масштабе такая проекция усеченной пирамиды, опирающейся своим осно-

ванием на плоскость проекций H, как это наглядно изображено на фиг. 53.

Каждая из вершин пирамиды спроектирована по общим правилам (при помощи перпендикуляров) на взятую плоскость. У полученных проекций точек поставлены числа, показывающие расстояния (во взятых единицах длины) соответствующих точек от плоскости H, считая превышения со знаком +, а понижения со знаком —.



Фиг. 53.



Фиг. 54.

Плоскость же H имеет отметку ± 0 и называется плоскостью нулевого уровня или основной плоскостью. Обыкновенно эта плоскость берется горизонтальною и принимается или за уровень воды в океане, или за иной какой-либо условный уровень.

Полученное таким способом изображение и называется проекцией с числовыми отметками. Такой способ проекций оказывается особенно удобен тогда, когда одно измерение (как, например, высота или глубина сооружения) невелико по сравнению с двумя прочими (длиною и шириною).

Вопросы:

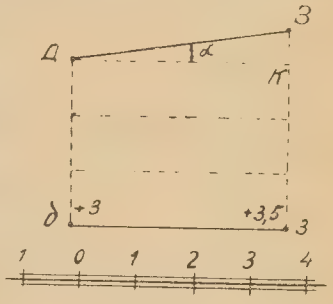
1) Определить по черт. 54 чему равны расстояния точек $В$, $ж$, $д$ и $А$ от $Н$?

2) Как найти истинную длину линий $БВ$ и $де$?

§ 26. Проекция прямой линии и способы ее задания. Градуирование прямой.

Если имеется отрезок какой-либо прямой линии, например, ребро пирамиды *дз* (фиг. 53 и 54), то в проекциях с числовыми отметками эта прямая будет вполне определена своей проекцией на плоскость H и отметками каждого из концов.

Действительно, если бы мы захотели определить угол наклона взятой прямой к плоскости H (фиг. 55), то по общим правилам должны были бы совместить эту прямую с плоскостью H, тогда искомый угол α и спроектировался бы на эту плоскость без искажения, равно как и сама прямая, длину которой мы также при этом могли бы определить, измерив ее по масштабу.



Фиг. 55.

Из тригонометрии известна следующая зависимость:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ЗК}{КД} = \frac{Зз - Дд}{зд}.$$

Примем следующие обозначения:

$$дз = l_1;\ Зз = h;\ Дд = h_1;\ \operatorname{tg}\alpha = i.$$

Тогда можно написать, что

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h - h_1}{l_1} = i.$$

Величина i называется уклоном прямой; $h - h_1$—ее высотой, а l_1, т.-е. проекция прямой, называется ее заложением.

Вопрос:

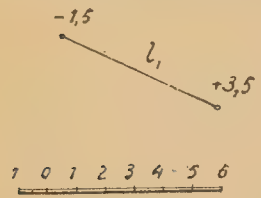
Что такое уклон прямой и чем он измеряется?

Заметим, что для углов принято общее правило знаков. Поэтому, если угол α (а следовательно и $\operatorname{tg}\alpha$) положительный, то прямая идет с подъемом (от $Д$ к $З$) и α называется углом подъема. Если же этот угол (и tg) отрицательный, то прямая идет со спуском (от $З$ к $Д$) и тогда α называется углом спуска.

Упражнения:

34) Определить истинную длину и наклон прямой, изображенной своей проекцией l_1 на фиг. 56.

35) Найти истинную длину прямой, заданной на фиг. 57.



Фиг. 56.

Вопрос:

Где будет след прямой l_1 (фиг. 56) на основной (нулевой) плоскости?

Если имеется прямая, заданная своей проекцией $аб$ (фиг. 58), то, совместив такую прямую с плоскостью H, мы получим ее истинную длину $АБ$ и найдем величину заложения l, приходящуюся на единицу высоты этой линии. Эта величина l называется интервалом прямой. Нахождение же на проекции прямой точек, имеющих целые числовые отметки, называется градуированием прямой. (т.-е. ее подразделением).

Фиг. 57.

Имея в виду, что tg представляет величину отвлеченную, мы можем написать:

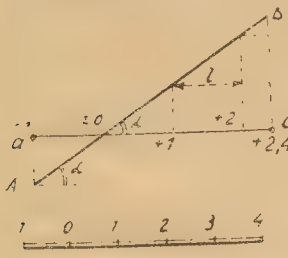
$$i = \operatorname{tg}\alpha = \frac{h - h_1}{l_1} = \frac{1}{l}\text{; т.-е. } i = \frac{1}{l}$$

отсюда вытекает одно из основных положений, что уклон и интервал прямой есть величины обратные, т.-е. чем уклон больше (круче), тем интервал меньше и наоборот.

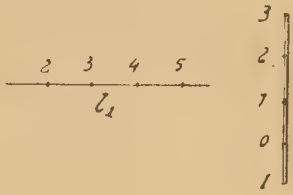
Упражнения:

36) Градуировать прямую, изображенную на фиг. 56.

37) Найти уклон прямой l_1, изображенной на фиг. 59.



Фиг. 58.

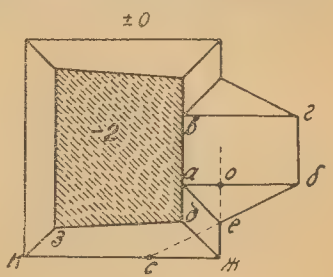


Фиг. 59.

Вопросы:

а) Какими способами может быть задана прямая в проекциях с числовыми отметками? (сравнить фиг. 56, 57 и 59).

б) Чему равны интервалы следующих прямых: вертикальной, горизонтальной и с уклонами: $i_1 = {}^1/_1$; $i_2 = {}^1/_2$ и $i_3 = {}^2/_1$?



Фиг. 60.

§ 27. Две прямые линии.

Рассматривая фиг. 60, мы видим, что прямые *вг* и *аб*; *ад* и *еж* будут взаимно параллельны. Прямые же—*ае* и *бе*, *зд* и *джс*, а также *бе* и *жк* при их продолжении будут взаимно пересекаться, а прямые *аб* и *еж* не будут параллельны

и не будут пересекаться, хотя на проекции, при продолжении их и получится точка *o*, но очевидно, что она не будет точкой их пересечения, так как эти две прямые лежат в разных плоскостях.

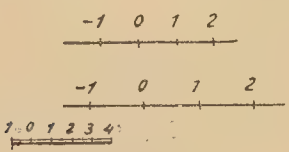
Вопросы:

1) Если прямые параллельны, то как располагаются их проекции и какова зависимость между уклонами, а следовательно и интервалами этих прямых?

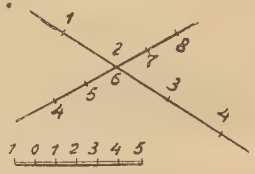
2) Если прямые пересекаются, то чем это характеризуется в проекциях с числовыми отметками (в отношении проекций этих линий и точки их пересечения)?

Упражнения:

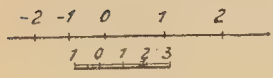
38) Будут ли параллельны линии, изображенные на фиг. 61?



Фиг. 61.



Фиг. 62.



Фиг. 63.

39) Какие линии показаны на фиг. 62?

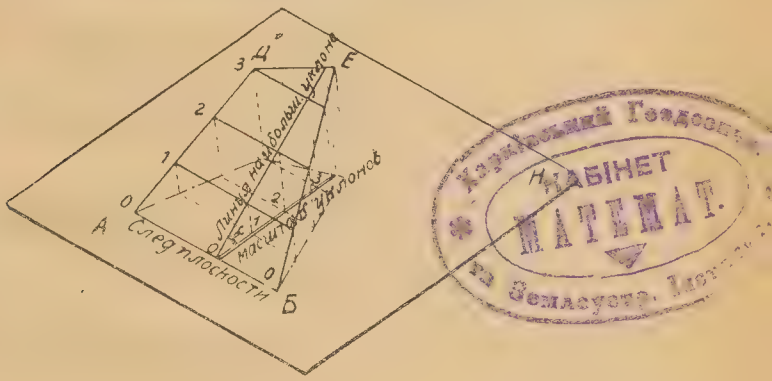
40) Что представляет собою фиг. 63?

Примечание. Предлагается сделать поверку своих первоначальных заключений путем совмещения заданных линий на плоскость *H*.

§ 28. Проекции плоскостей и их задание. Масштаб уклонов.

Предположим, что пирамида, изображенная на фиг. 53' будет рассекаться рядом горизонтальных плоскостей (т.-е. параллельных плоскости H), с равными промежутками по высоте. Мы уже знаем, (из § 9)—что при этом в сечении с плоскостями боковой поверхности получатся горизонтали. Если же провести вертикальную плоскость перпендикулярно к следу какой-либо из этих боковых граней, например к $АБ$, то при пересечении с этой гранью получится, так называемая, линия наибольшего уклона. Она очевидно будет перпендикулярна и к горизонталям этой грани (ибо горизонтали параллельны следу плоскости).

На фиг. 64 показано отдельно такое положение плоскости $АБЕД$. Спроектируем эту плоскость на основную



Харьковский Геодезический
КАБІНЕТ
МАТЕМАТ.
Землеустр. Институт

Фиг. 64.

плоскость H. Проекция линии наибольшего уклона называется масштабом уклона и обозначается двумя линиями (одной тонкой и одной жирной) для отличия от проекций прочих линий.

Угол α между линией наибольшего уклона и масштабом уклона, являясь линейным углом двухгранного, служит мерою угла наклона данной плоскости к основной плоскости проекций.

Из построения видно, что проекции горизонталей перпендикулярны к масштабу уклона и градуируют его. Если же масштаб уклона будет задан градуировкой, то проекции горизонталей легко провести через точки деления с соответствующими отметками.

Отсюда видно, что задание плоскостей масштабами уклонов сводится к заданию линий, т.-е. к изложенному в предыдущих §§.

Замечание:

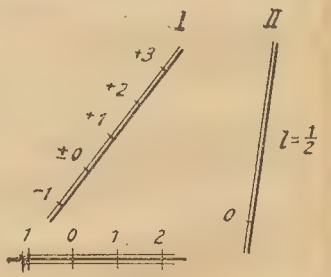
Для большей точности все размеры следует откладывать по тонкой линии масштаба уклона.

Вопросы:

1) При задании плоскости масштабом уклона, как найти: а) след плоскости, б) угол наклона заданной плоскости к основной плоскости?

2) Если будет задан масштаб уклона следом плоскости и величиною i, то как градуировать этот масштаб? Что для этого должно быть еще дано?

3) Как отличить по масштабу уклона крутую плоскость от пологой?



Фиг. 65.

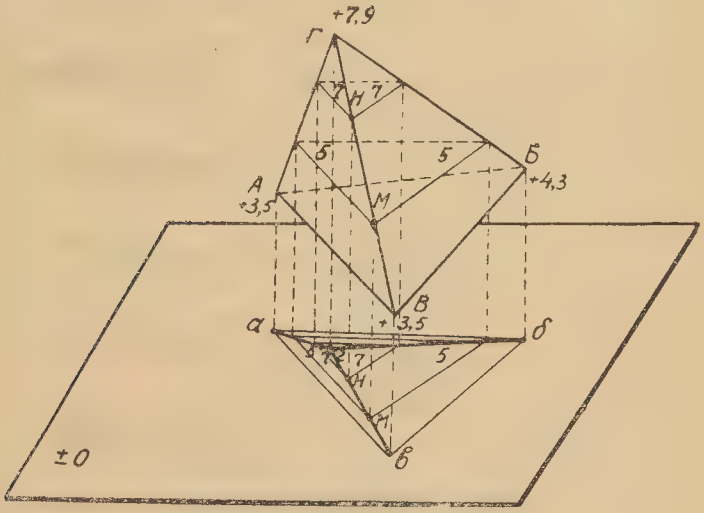
Упражнения:

41 — а) Градуировать масштаб уклона плоскости II (фиг. 65) и б) определить, которая из плоскостей, изображенных на фиг. 65, будет круче.

42) Провести горизонтали для плоскостей I и II (фиг. 65).

§ 29. Пересечение плоскостей и проекции многогранников.

Имея в виду, что пересечение двух плоскостей происходит по прямой линии, нам достаточно найти лишь две любых точки этой прямой для ее определения. А так как многогранник ограничен плоскостями (гранями) и прямыми (ребрами), то умея оперировать с этими элементами, мы можем строить и проекции многогранников.



Фиг. 66.

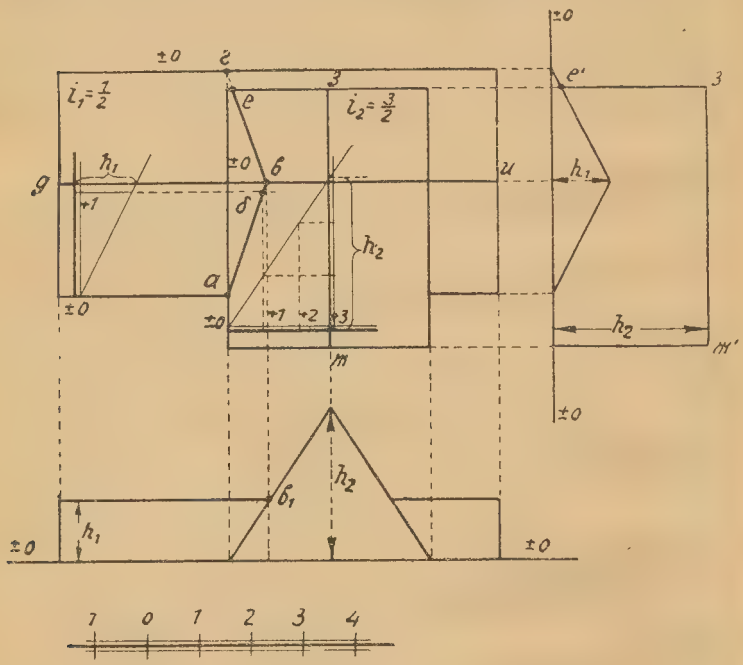
Так, ребро *ВГ* (фиг. 66) пирамиды будет вполне определено по двум любым точкам, например *Н* и *М*. Эти же точки можно определять, как точки пересечения двух пар горизонталей смежных граней, например 5 и 7.

На основной плоскости (± 0) мы также сумеем провести проекции взятых горизонталей, если у нас на данных плоскостях (гранях) будут построены масштабы уклонов.

Упражнение 43.

Построить линию пересечения плоскостей I и II (фиг. 65).

На фиг. 67 показан пример решения задачи на пересечение плоскостей в проекциях с числовыми отметками.



Фиг. 67.

А именно: задан план здания и требуется найти пересечение скатов крыши этого здания при условии, что крыша имеет четыре фронтона с коньками *ди* и *жз*, (т.-е. имеет четыре ската) и заданы величины уклонов скатов $i_1 = {}^1/_2$

(для участков с коньком *gu*) и $i_2 = {}^3/_2$ (для участков с коньком *жд*).

Порядок решения. 1) Строим масштабы уклонов и градуируем их. 2) Проводим горизонтали с отметками $+1$ (считая отметку начала крыши, т.-е. карниза, ровной $+0$). 3) Находим точки пересечения этих горизонталей *а* и *б* и соединяем их между собой. Это и будет линия пересечения двух соседних плоскостей. 4) Продолжаем найденную линию до высшей точки крыши *в* (т.-е. до конька). 5) Находим точку пересечения продолженных горизонталей с отметками $+0$ для второй (верхней) половины в точке *г* и соединяем ее с *в*, что и даст линию пересечения для этой половины, до точки *е*, (так как одна крыша здесь кончается фронтоном, т.-е. отвесной стенкой).

Найденная линия *аве* прочерчена более жирно.

Симметрично с найденной будет также и линия пересечения правее конька *жз* (на чертеже не показана).

Для уяснения формы полученной крыши, а также и с целью поверки решения, построены главный и боковой фасады этой крыши в ортогональных проекциях (ниже и правее).

Вопросы:

1) Чему равны величины превышения коньков *ди* и *жз* над карнизом и как они находятся графически, в проекциях с числовыми отметками?

2) Где будут длины стропильных ног (на плане) для крутого и пологого скатов крыши (т.-е. для участков *gu* и *жз*)?

Упражнение 44.

Начертить пересечение скатов крыши для того же плана здания, но со следующими изменениями уклонов $i_1 = {}^2/_1$; $i_2 = {}^2/_3$, имея ввиду, что на крыще не должно быть седловин, где бы могла застаиваться вода.

§ 30. Пересечение многогранника с плоскостью.

Пользуясь теми же приемами, можно находить и пересечение многогранника с плоскостью (имея в виду, что многогранник ограничен плоскостями).

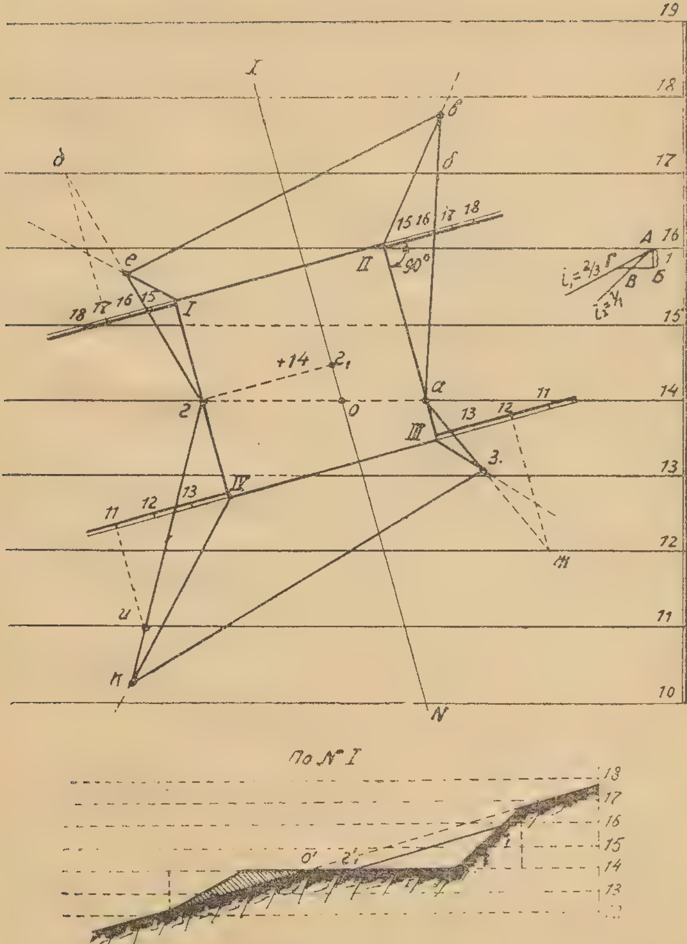
Допустим, что на плоской местности, с однообразным уклоном, необходимо спроектировать горизонтальную площадку, заданных размеров, с таким расчетом, чтобы часть этой площадки была бы врезана в грунт, а часть—насыпана (фиг. 68, план и разрез по № 1).

Для возможности разбивки и трассировки проектируемого сооружения на местности, требуется построить на чертеже соответствующие границы выемки и насыпи, при условии, что даны уклоны откосов: для выемки $i = {}^1/_1$ и для насыпи $i = {}^2/_3$, а местность задана масштабом уклона.

Пользуясь этим масштабом уклона, проведем горизонтали местности (19—10), а затем в выбранном месте вычертим заданную площадку I, II, III, IV, расположенную своими сторонами, во взятом примере, под некоторым углом к направлению горизонталей. При этом оказывается, что горизонтали 14-я и 15-я пересекают площадку и если мы возьмем за отметку площадки какую либо из этих двух отметок, например +14, то пересечение 14-ой горизонтали с контуром площадки в точках *a* и *г* определит линию раздела выемки от насыпи. Тогда выше *га* будет выемка, а ниже — насыпь. Мы знаем, что плоскости боковых откосов площадки можно будет изобразить с помощью масштабов уклонов I, II, III, и IV, перпендикулярных к сторонам площадки, ибо здесь будут следы этих боковых плоскостей на уровне площадки.

Мы сможем также градуировать эти масштабы, зная величины уклонов i_1 и i_2 и если нам будет известна величина единицы для измерения высот.

Эта величина должна быть задана (величина *АБ*, показанная сбоку).


19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
I
N
в
δ
д
е
A
Б
В
Г
1
$i_1 = 2/3$
$i_2 = 1/1$
15 16 17 18
II
90°
18 17 16 15
I
+14
z_1
г
0
а
11
13 12
III
3.
IV
11 12 13
м
и
к
По № I
18
17
16
15
14
13
0'
2'

Фиг. 68.

Тогда $БВ = 1$ будет величина интервала для откосов выемки, а $БГ = 1^1/_2$ единицам — интервал для насыпи (ибо $i_2 = {}^2/_3 = \frac{1}{1{,}5}$).

Вопрос:

Сколько точек нужно знать для определения линии пересечения плоскости местности с плоскостью каждого откоса выемки или насыпи?

Имея в виду, что точки *а* и *г* будут точками начала этих откосов, нам достаточно определить еще по одной точке для каждого откоса — *д*, *б*, *ж*, *и*,— находимых при пересечении двух любых одноименных горизонталей (по предыдущему).

С помощью этих точек мы имеем возможность вычертить и соответствующие прямые — *гд*, *аб*, *аж*, *ги*. Но очевидно, что две соседние плоскости выемки или насыпи, имеющие одинаковые уклоны будут иметь и одинаковые интервалы, т.-е. на проекции пересекутся между собой по биссектриссе (равноделящей) угла, образованного следами этих плоскостей. Поэтому, проведя бисектриссы для каждого из углов площадки и продолжая их до пересечения с найденными ранее прямыми (или их продолжением) мы и получим точки *е*, *в*, *з*, и *к*, принадлежащие вершинам откосов. А соединяя *е* с *в* и *к* с *з*, мы определим контур, очерчивающий границы выемки и насыпи для заданной площадки.

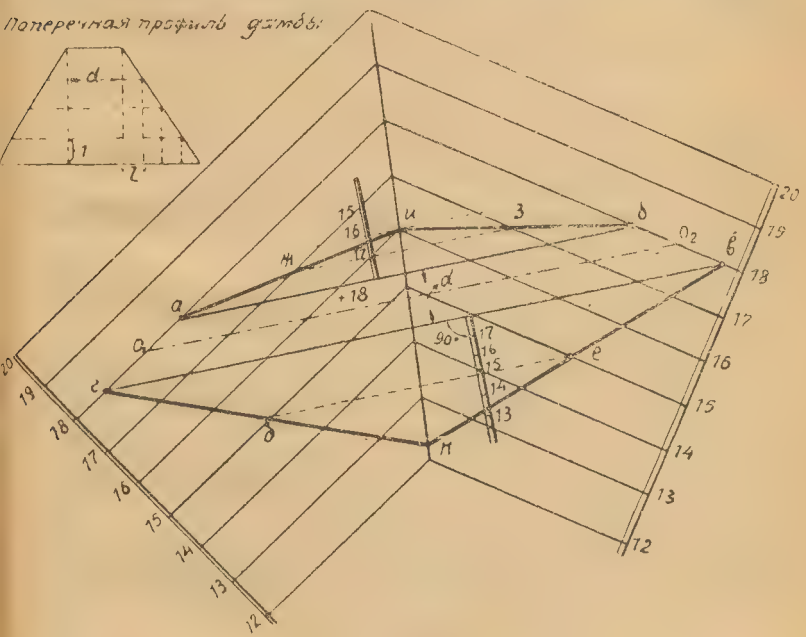
Вопросы:

1) Если взять за отметку площадки $+12$, то получится ли насыпь?

2) Получится ли выемка, если взять для площадки отметку $+17$?

3) Какие видоизменения произойдут с откосами, если сторона I—II будет параллельна горизонталям местности и будет ли от этого какое-либо упрощение при построении границ откосов?

4) Если бы в упражнении 43 (фиг. 67) уклоны для скатов крыш были равны (т.-е. i_1 равнялось бы i_2), то нужно ли были бы повторять все указанное ранее построение для нахождения линии пересечения скатов или возможно упрощение?



Фиг. 69.

Упражнение 45.

Спроектировать дамбу, заданной профили (фиг. 69), через лощину, образованную двумя плоскими скатами местности. Направление оси дамбы на плане ($0_1 0_2$) и ее отметка ($+18$) даны, также как и поперечная профиль (показанная в правом верхнем углу чертежа).

Вопросы:

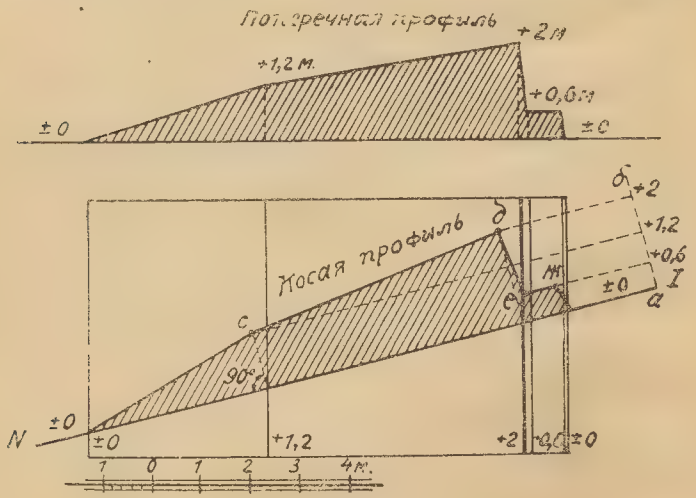
1) Откуда определится величина интервала для масштабов уклонов боковых откосов дамбы?

2) Известны ли точки начала откосов?

3) В каком месте лощины должны получиться точки встречи подошвы откосов?

Упражнение 46.

По заданному плану бруствера окопа построить косую профиль по № 1 (фиг. 70). На фиг. 70 такое построение сделано, пользуясь методом совмещения.



Фиг. 70.

Вертикальная плоскость сечения, определяемая направлением № 1, совмещена с горизонтальной плоскостью. Из любой точки *а* следа этой плоскости восставлен перпендикуляр *аб*

и на нем отложены величины отметок различных точек. Проведя затем через эти точки горизонтали до пересечения с соответствующими перпендикулярами, восстановленными из точек пересечения следа профильной плоскости (№ 1) с проекциями ребер, ограничивающих бруствер, мы и находим точки *с*, *д*, *е* и *ж*, необходимые для построения требуемой профили.

§ 31. Пересечение многогранников между собой.

Пусть заданы направления двух каких-либо земляных сооружений, представляющих сочетание рва с насыпью (фиг. 71). Угол встречи этих сооружений в плане, их поперечные профили и величины уклонов крутостей будут известны в каждом частном случае; для взятого же примера они выбраны совершенно произвольно. Требуется построить на плане пересечение этих двух сооружений. Мы видим, что заданные сооружения представляют многогранники. При определении их пересечения применяется следующий общий метод:

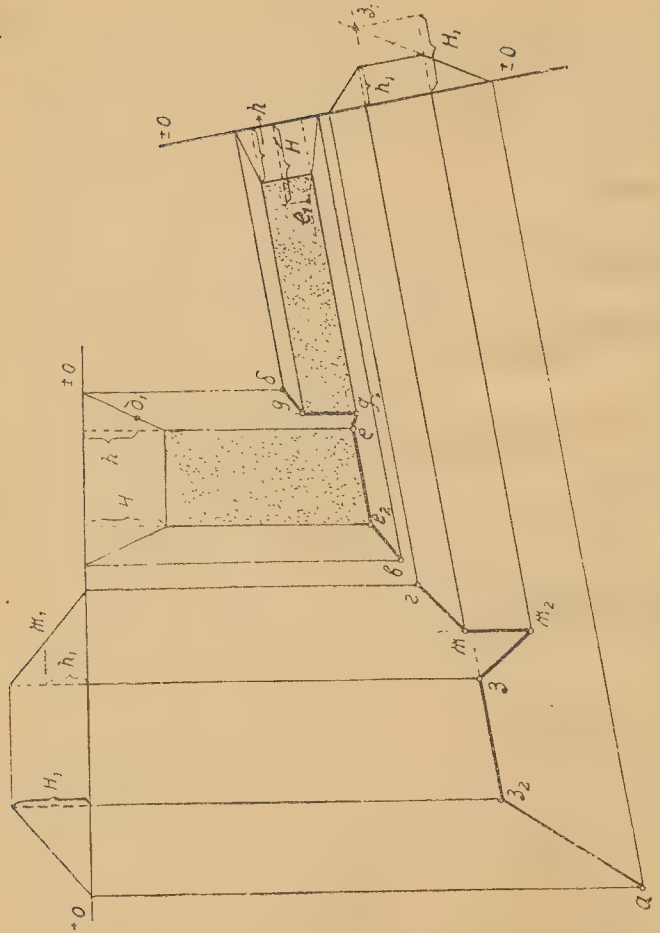
1) находят пересечение ребер одного многогранника с соответствующими ребрами другого (точки *а*, *б*, *в* и *г*);

2) ребер одного — с соответствующими гранями другого (точки $д$, $д_2$, $е$, $е_2$, $ж$, $ж_2$, $з$, $з_2$)

и 3) полученные точки соединяют между собою, за исключением участков, лежащих в одной плоскости, где пересечения не будет (берма, т.-е. площадка на основной плоскости).

Пересечение ребер между собою находится непосредственно. Пересечение же ребер с гранями определяется при помощи вспомогательных плоскостей (плоскостей уровня), проводимых через данные ребра. Тогда полученные линии (горизонтали) в пересечении с соответствующими ребрами и дадут искомые точки.

Так, для определения пересечения тыльных крутостей рвов проведена вспомогательная плоскость через подошву крутости более мелкого рва (т.-е. на глубине h). Эта пло-



Фиг. 71.

скость пересекает поперечную профиль откоса более глубокого рва в точке $д_1$, а на плане образует горизонталь $д_1\ g$,

которая и дает точки g и g_2 при встрече с подошвами откосов другого (более мелкого) рва.

Подобным же способом, при помощи горизонтали H, находится вспомогательная точка e_1 и затем точки e и e_2.

Для насыпей решение производится совершенно так же (при посредстве плоскостей уровня h_1 и H_2) и вспомогательных точек $ж_1$ и $з_1$, необходимых для проведения горизонталей.

Вопросы:

1) Какое будет различие в построении, если верхние плоскости насыпей и нижние—рвов не будут горизонтальными?

2) В чем будет упращение, если обе профили пересекающихся сооружений будут одинаковыми?

Упражнение 47.

Найти пересечение между собой окопов различных профилей, например „с колена“ и „стоя на дне рва“ или нормальной (полной) профили и профили возвышенной. Угол встречи взять в 180° (один окоп служит продолжением другого), при чем подошвы насыпей совпадают.

Глава VIII. Топографические поверхности.

§ 32. Изображение топографической поверхности.

Поверхность земли представляет кривую поверхность неправильна или негеометрическую, называемую поверхностью топографической.

Правильные или геомерические кривые поверхности, например: цилиндрическая, коническая, шаровая и др. образованы по известным законам, которые могут быть выражены различными уровнями [1]).

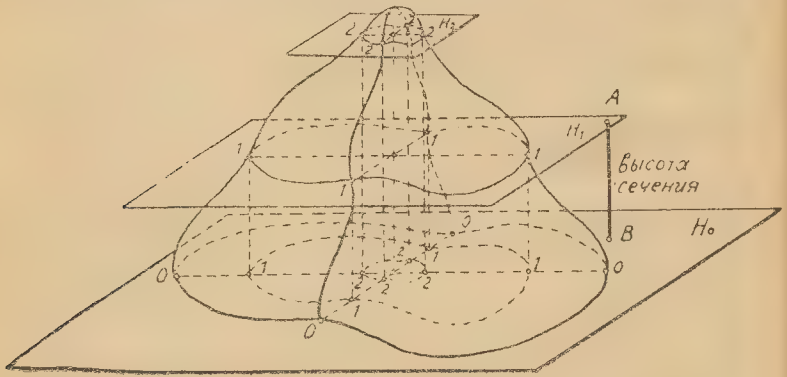
Для изображения неправильных кривых поверхностей, и в частности топографических, проекции с числовыми отмет-

[1]) См. курс аналитической геометрии.

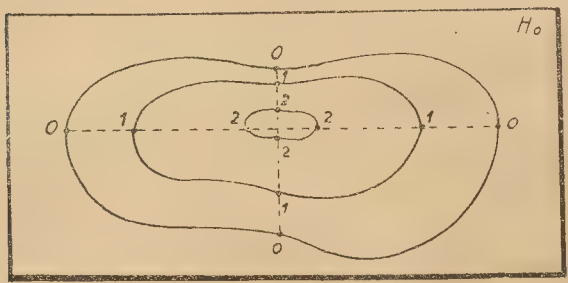
ками представляют особое удобство, давая возможность легко решать различные задачи для таких поверхностей.

Топографические поверхности изображаются при помощи горизонталей, т.-е. плавных кривых линий, имеющих обычно целые числовые отметки.

Эти линии можно себе представить, как проекции на основную (нулевую) плоскость линий, полученных от пересечения взятой топографической поверхности (напр. холма фиг. 72 и 73)

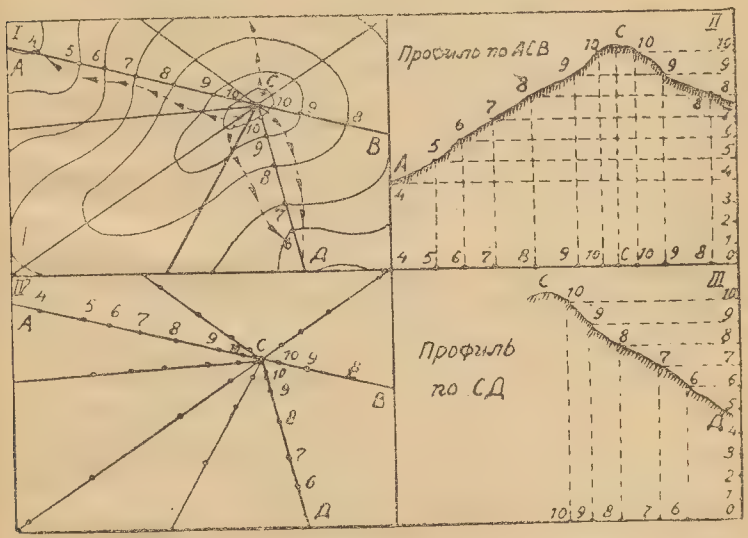


Фиг. 72.



Фиг. 73.

с плоскостями уровня, проведенными на определенных и равных расстояниях (называемых высотой сечения). Практически это делается так: 1) на поверхности земли провешиваются прямые линии по наиболее характерным направлениям (фиг. 74, I):



Фиг. 74.

AC, *CB*, *CД* и т. д. 2) Производится нивеллировка по этим направлениям, т.-е. определяются превышения различных точек местности по провешенным линиям [1]).

3) Составляют профили (например, по *ACB*, *CД* и др.: II, III) и проводят на них линии уровня с целыми отметками.

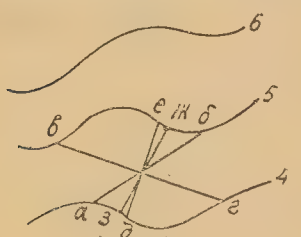
[1]) См. курс топографии.

4) Наносят профильные линии т.-е. следы профильных плоскостей на план (IV) и обозначают на них точки с соответствующими целыми отметками, взятыми с профилей и, наконец, 5) соединяют плавными кривыми линиями точки с одинаковыми отметками. Чем больше будет составлено нивелировочных профилей, тем план будет точнее.

§ 33. Линии падения.

Для простоты решения топографических задач делается условное допущение, что между двумя соседними горизонталями на топографической поверхности можно совмещать с этой поверхностью прямую линию по всевозможным направлениям (фиг. 75).

Понятно, что чем меньше будет высота сечения и чем больше будут горизонтали приближаться к прямым, тем это допущение окажется ближе к истине.



Фиг. 75.

Из таких проводимых прямых линий особое значение имеет прямая кратчайшей длины, называемая линей наибольшего уклона или линией падения, а также линией стока воды. Она будет наклонена к горизонтальной плоскости под наибольшим углом и ее проекция будет перпендикулярна к двум соседним горизонталям. Это формулируется в виде следующего основного положения: линии падения пересекают горизонтали топографической поверхности на плане и в пространстве под прямым углом.

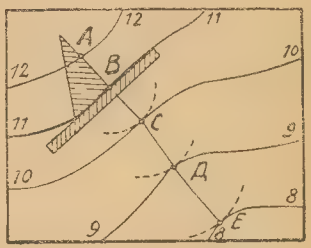
Если горизонтали идут не параллельно, то и линии падения не будут прямыми, но обращаются в кривые линии, оставаясь перпендикулярными к горизонталям.

На черт. 74, I линии падения показаны в виде плавных кривых (пунктирами со стрелками).

При параллельности горизонталей линии падения будут прямыми. Для практических же целей, как было указано ранее, мы будем всегда считать их прямыми на протяжении между двумя соседними горизонталями.

Для проведения линий наибольшего уклона применяются два способа: 1) при посредстве линейки и треугольника и 2) при посредстве циркуля.

По первому способу (фиг. 76), к точке A прикладывается треугольник одним катетом, а к другому катету треугольника прикладывается линейка, и затем треугольник вращается и двигается своим катетом около точки A до тех пор, пока линейка не займет касательного положения к соседней горизонтали. Полученная точка B и будет принадлежать линии наибольшего уклона AB.



Фиг. 76.

Также поступают и далее.

По второму же способу — из заданной точки, например B, проводят окружность касательную к соседней горизонтали. Тогда точка касания C и будет лежать на линии наибольшего уклона. Очевидно, что такая окружность будет наименьшего радиуса. Для нахождения точек $Д$, E и т. д. поступают совершенно также, переставляя последовательно, циркуль во вновь находимые точки касания и принимая их за центры новых окружностей.

Упражнение 48.

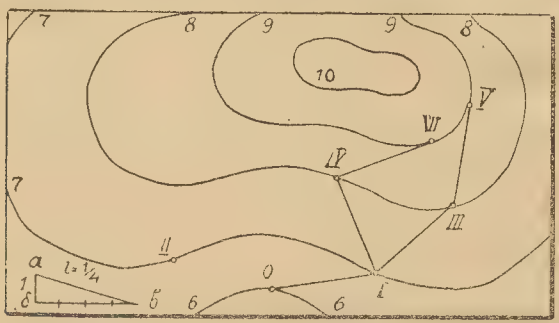
На местности, изображенной, горизонталями на плане (фиг. 77), спроектировать ось дороги с уклоном $i = 1/4$, начиная от точки O (с отметкой 6) по направлению к вер-

шине холма. Высота сечения равна единице и задана величиной *аб*.

Вопросы:

1) Чему равна величина заложения дороги на единицу высоты?

2) Как найти на горизонтали *7* плана такие точки, расстояния которых по прямому направлению от данной точки *О* соответствовали бы заданному уклону дороги?



Фиг. 77.

3) Сколько будет таких точек?

4) Как подняться с тем же уклоном от горизонтали *7* на горизонталь *8* и выше?

5) Если будет поставлено условие, чтобы дорога шла без резких зигзагов, то которые из вариантов будут этому удовлетворять?

Замечание:

O I = O II = I III = III V = I IV = IV VI = *б b* = радиусу засечки горизонталей.

§ 34. Промежуточные горизонтали.

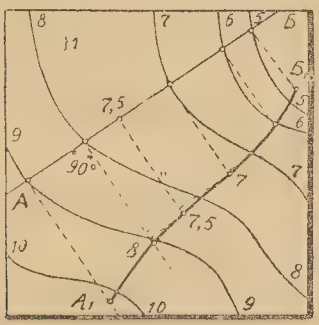
В тех случаях, когда требуется проведение на плане промежуточных горизонталей, это может быть выполнено тремя способами.

1) С помощью построения профилей (фиг. 78). Проводят любую профильную линию, например *АБ*, и строят совмещенную профиль *А'Б'*; тогда легко найти точку с требуемой отметкой, например 7,5, и ее проекцию на линии *АБ*.

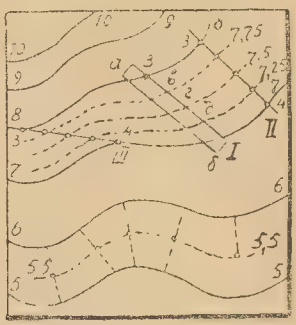
Построив также еще достаточное число профилей и найдя проекции точек с теми же отметками, мы можем затем соединить их плавной кривой, которая и будет требуемой промежуточной горизонталью.

Этот способ точный, но медленный.

2) С помощью линий падения (фиг. 79). Так проведена промежуточная горизонталь 5,5.



Фиг. 78.



Фиг. 79.

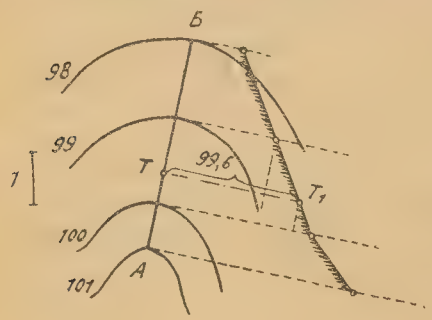
Этот способ быстрее предыдущего, но менее точен, так как здесь делается допущение, что местность между горизонталями имеет однообразный уклон.

3) При помощи масштабной линейки (фиг. 79).

Допустим, что требуется провести промежуточные горизонтали 7,25, 7,5 и 7,75. Возьмем линейку *аб* и приложим ее к горизонталям *7* и *8* так (положение I), чтобы два каких-либо крупных деления, например *3* и *4*, совпадали с этими горизонталями. Сосчитав затем полное число мелких делений оказавшихся между горизонталями (допустим *16*) и деля это число на число промежутков, которые будут между *7* и *8* горизонталями после проведения дополнительных горизонталей (в данном случае *4*), мы можем наметить (во взятом примере через *4* деления) точки *в, г, д*, принадлежащие промежуточным горизонталям.

Перекладывая затем линейку в новые положения II, III и т. д. и наблюдая при этом лишь за тем, чтобы те же целые деления попадали на соответствующие горизонтали, мы сможем, совершенно также, отметить еще точки, принадлежащие промежуточным гиризонталям. После чего останется только соединить все одноименные точки плавными кривыми (пунктир).

Как видно из чертежа при этом способе вовсе не требуется, чтобы различные положения линейки оставались бы параллельными. Это может быть только в каком-либо частном случае.



Фиг. 80.

Указанный способ является наиболее быстрым, но столь же неточным как 2-й.

Упражнение 49.

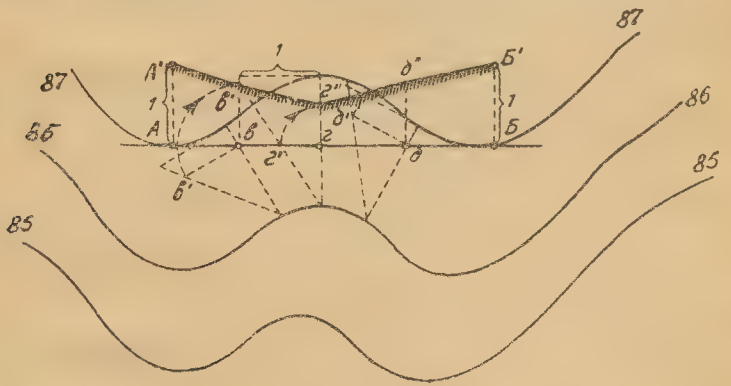
Найти отметку точки по ее проекции T на топографической поверхности (фиг. 80). Задача решается построением совмещенного профиля.

При высоких отметках горизонталей (как во взятом примере) построение профиля можно сделать начав с наинизшей горизонтали и приняв условно за отметку основной плоскости

отметку этой горизонтали или предыдущей (во взятом примере принята отметка *97*), тогда все отметки будут уменьшены на одну и ту же величину, что, упрощая построение, не повлияет на определение относительной отметки для точек *Т*. Следует лишь не забыть ввести затем поправку на взятую отметку основной плоскости.

Упражнение 50.

Построить профиль по *АБ* (фиг. 81). Эту задачу можно решить с помощью линий падения. Проводят несколько таких



Фиг. 81.

линий между *А* и *Б* и определяют величины отметок для точек пересечения профильной линии *АБ* с линиями падения (точки *в, г, д*).

Вопросы:

1) Где будут на чертеже совмещенные положения линий падения?

2) Чему равны отметки точек *в, г* и *д*,

3) Почему для точек A и $Б$ отложено на совмещенной профили по единице до точки A' и $Б'$?

§ 35. Пересечение топографической поверхности с плоскостью и произвольной прямой.

Пусть на фиг. 82 задана топографическая поверхность. Требуется один из скатов этой поверхности спланировать под плоскость с уклоном $i = {}^1/_3$.

Направление плоскости планировки указано масштабом уклона, который градуирован, принимая во внимание заданную единицу высоты сечения ($АБ$).

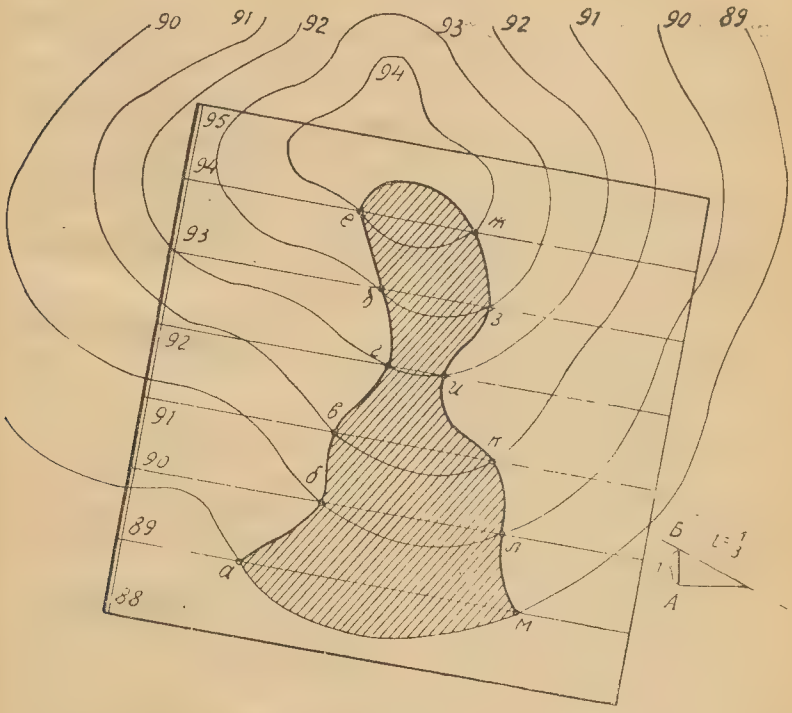
Одна из точек плоскости должна быть задана (например *88* на масштабе уклона).

Задача решается с проведением на плоскости горизонталей и сводится к нахождению точек пересечения одноименных горизонталей поверхности и плоскости (точки *а*, *б*, *в*, *г* и т. д.).

Соединяя затем найденные точки плавной кривой, мы и получим линию пересечения плоскости с заданной топографической поверхностью.

Если окажется, что горизонтали плоскости заданного уклона P (фиг. 83) и поверхности земли в пределах чертежа не будут пересекаться, то проводится вспомогательная плоскость P_1 с таким расчетом, чтобы ее горизонтали пересеклись с одноименными горизонталями местности (направление масштаба уклона и величина интервала плоскости берутся произвольными). Тогда по предыдущему находятся точки пересечения с топографической поверхностью *а* и *б*. Пересечение же одноименных горизонталей заданной и вспомогательной плоскостей дает точки *в* и *г*. Проводя затем через полученные точки прямые *аб* и *вг*, мы найдем точку их пересечения K, которая и будет лежать на линии пересечения заданной плоскости с топографической поверхностью; ибо из построения видно, что эта точка лежит на прямой *аб*, принадлежащей топографической поверхности и в то же время

и на прямой *вг*, принадлежащей плоскости P. А так как обе эти линии лежат в одной плоскости P_1 (по построению), то



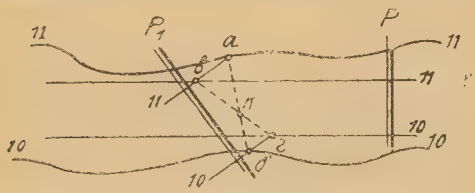
Фиг. 82.

они и пересекаются в точке K не только на проекции, но и в пространстве.

Если бы мы взяли вместо плоскости P_1 еще какую-либо плоскость P_2 (на чертеже не указанную), то совершенно также получили бы и другую точку, также лежащую между

заданными горизонталями. Отсюда очевидно, что и искомая линия пересечения соединяющая эти точки пройдет между горизонталями.

Подобный случай может иметь место, например, при вычерчивании геологических планов, когда приходится наносить на них линию пересечения с поверхностью земли какого-либо наклонного пласта, выклинивающегося на поверхность.

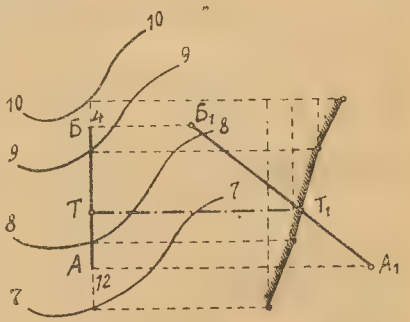


Фиг. 83.

Упражнение 51.

Найти проекцию точки пересечения топографической поверхности с произвольной прямой, заданной отметками концов (фиг. 84).

Проводим через прямую $AБ$ профильную плоскость и строим совмещенное положение профиля и прямой. Тогда найдется точка T' и ее проекция T на заданной прямой.



Фиг. 84.

Примечание. Применение аналогичного же приема для совмещения масштаба уклона заданной плоскости, в предыдущем случае (фиг. 83), дает возможность также найти точку на линии пересечения топографической поверхности с плоскостью.

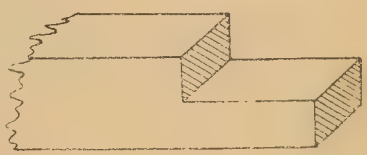
ОТДЕЛ III.

Аксонометрические проекции.

Глава IX. Кавальерная, военная и лягушечья перспективы.

§ 36. Сущность параллельной перспективы.

В тех случаях, когда хотят, чтобы чертеж обладал не только удобоизмеримостью, но и наглядностью, то применяется способ, так называемого перспективного (что значит ясновидимого) изображения, т.-е. такого изображения при котором получалась бы видимость всех трех измерений предмета (фиг. 85).

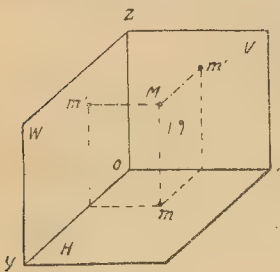


Фиг. 85.

При чем, в отличие от рисунка, в этом случае, параллельные линии и изображаются параллельными, а не сходящимися, как это кажется нашему глазу и изображается на рисунке. Такая условность и является особенностью технической или параллельной перспективы, что при наглядности чертежа дает возможность удобно измерять получаемое изображение. Для этого чаще всего пользуются методом аксонометрических (или осеизмерительных) проекций.

Мы ранее видели, что и с помощью ортогональных проекций также могли получаться наглядные изображения, при изменении плоскостей проекции (фиг. 40 и 41), но там при этом исчезали так называемые метрические свойства предметов, т.-е. происходило искажение размеров предметов и получавшиеся наглядные изображения не давали возможности производить измерения этих размеров непосредственно, а приходилось для этого применять различные методы.

В чем же сущность метода аксонометрических проекций? Особенность его в том, что берутся не две, а три взаимно-перпендикулярные плоскости проекций (фиг. 86): горизонтальная H, вертикальная V и профильная W, которые будут пересекаться по линиям: ox, oy и oz.



Фиг. 86.

Взятые плоскости называются координатными плоскостями, а линии их пересечения — осями координат (т.-е. осями направлений); точка же O называется началом координат.

Если взять какую либо точку M и построить ее ортогональные проекции на координатных плоскостях, то по предыдущему мы получим три проекции точки: m, m' и m''. Приэтом проектирующие перпендикуляры Mm, Mm' и Mm'' называются координатами точки M.

Если мы выберем теперь какую либо новую плоскость проекций Π, пересекающую, например, все три оси координат (фиг. 87) и построим на этой плоскости прямоугольные проекции осей и точки M, то и получим прямоугольные аксонометрические проекции трехграного угла и взятой точки.

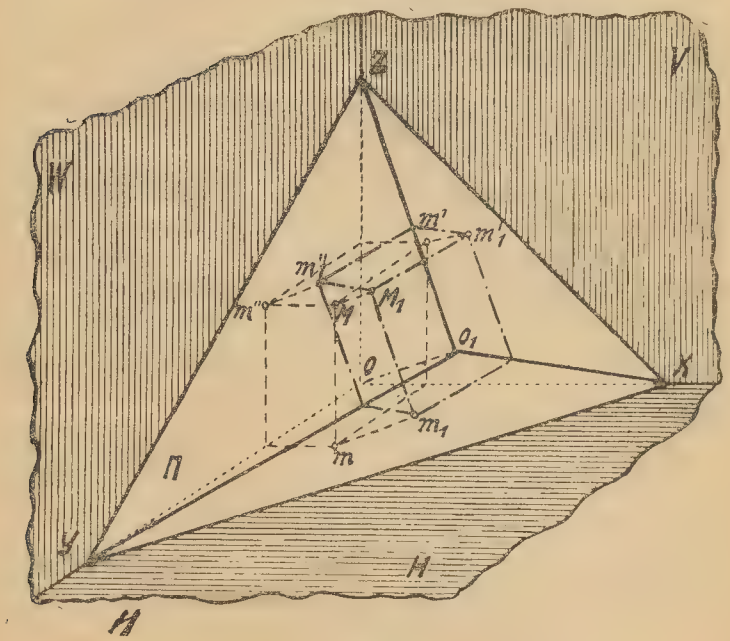
Если же направление проектирования на плоскость Π взять не под прямым углом, то проекция называется косоугольной аксонометрической.

На основании построения мы видим, что будет равенство следующих отношений:

$$\frac{ox}{o_1x} = \frac{Mm''}{M_1m_1''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{I});$$

$$\frac{oy}{o_1y} = \frac{Mm'}{M_1m_1'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{II})$$

$$\frac{oz}{o_1z} = \frac{Mm}{M_1m_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\text{III})$$



Фиг. 87.

Обозначим I отношение через $\frac{1}{p}$, II — через $\frac{1}{q}$ и III — через $\frac{1}{r}$.

Эти величины $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{q}$ и $\frac{1}{r}$ называются показателями искажения координат, ибо дают возможность определить, насколько искажаются величины координат взятой точки при проектировании их на плоскость $П$.

Если мы теперь будем иметь чертеж какого-либо предмета, построенный по способу аксонометрических проекций и станем измерять главнейшие размеры, параллельные осям координат, то зная показатели искажения, мы сможем определить по чертежу истинные размеры изображенного предмета, а это и есть главное преимущество чертежа над рисунком.

При построении параллельной перспективы оси координат всегда выбираются параллельно главным размерам предмета.

Плоскость $П$ может занимать самое разнообразное положение относительно осей координат, а направление проектирования может быть также различным и тогда, в зависимости от этого, будут изменяться и показатели искажения.

Когда все три показателя искажения равны между собой, т.-е. $\frac{1}{p} = \frac{1}{q} = \frac{1}{r}$, то такая проекция называется изометрической (т.-е. равномерной).

Если же два показателя равны, а третий будет больше или меньше, т.-е. $\frac{1}{p} = \frac{1}{q} \gtrless \frac{1}{r}$, то получается проекция, называемая диметрической (т.-е. двухмерной).

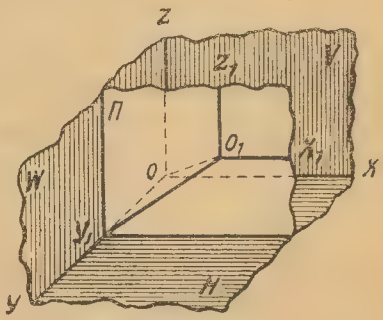
Когда же все три показателя различные, то проекция называется триметрической (т.-е. трехмерной).

§ 37. Кавальерная перспектива.

Когда плоскость $П$ будет параллельна одной из вертикальних плоскостей проекций, например ZOX (фиг. 88), то, чтобы перпендикулярная к этой плоскости ось Y не спроектировалась

в точку, возьмем направление проектирования под косым углом к плоскости $П$. В этом случае прямой угол, образуемый осями, определяющими плоскость координат параллельную $П$ спроектируется без искажения, т.-е.

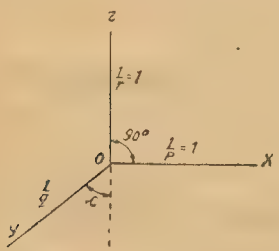
$$< X_1O_1Z_1 = < XOZ = 90°,$$



Фиг. 88.

а потому и соответствующие показатели искажения для этих осей будут одинаковыми и равными единице. Практически это выразится в том, что все линии на чертеже, параллельные этим осям, будут проектироваться также без искажения.

Из таких проекций самая простая — это, так называемая, мгновенная или кавальерная перспектива (называемая также иногда „кавалерийской").



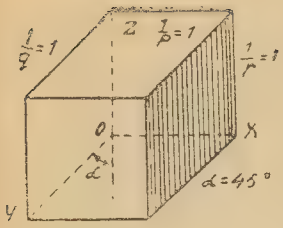
Фиг. 89.

Для нее (фиг. 89) показатель $\frac{1}{q}$ берется равным 1; или $^1/_2$, или $^1/_3$, а угол α между осью oy и продолжением оси OZ выбирается в 45° или 60°.

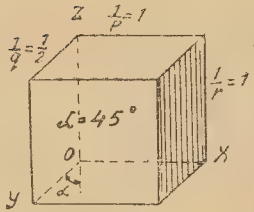
На фиг. 90, 91 и 92 показаны проекции одного и того же куба для этих случаев.

Такая перспектива называется мгновенной потому, что дает возможность по фасаду или разрезу быстро вычерчивать наглядное изображение.

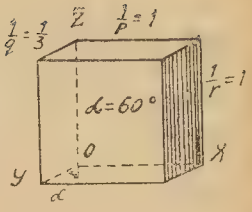
Примеры таких построений показаны на фиг. 93 и 94.



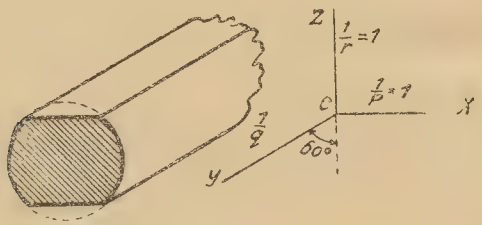
Фиг. 90.



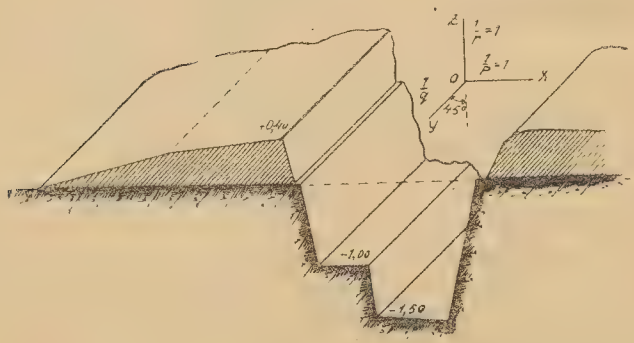
Фиг. 91.



Фиг. 92.



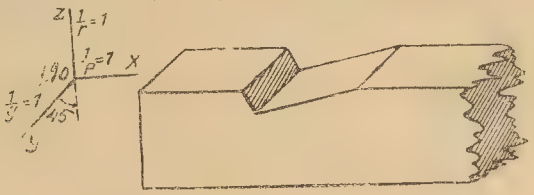
Фиг. 93.



Фиг. 94.

Упражнение 52.

По фиг. 95 определить: а) ширину бруса и построить его поперечное сечение, б) чему равна глубина и длина вырубки?



Фиг. 95.

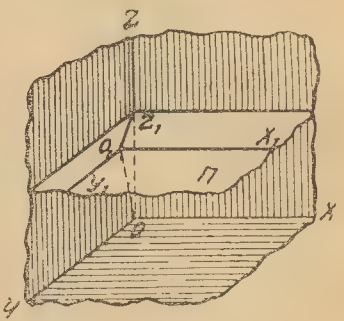
§ 38. Военная перспектива.

Если плоскость $П$ будет параллельна плоскости H (фиг. 96), то угол XOY спроектируется без искажения т.-е. прямым углом $X_1O_1Y_1$.

Если при этом углы $X_1O_1Z_1$ и $Y_1O_1Z_1$ равны между собой, а показатели искажения равны единице, т.-е.

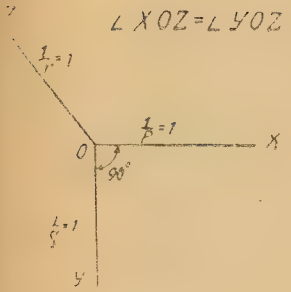
$$\frac{1}{p} = \frac{1}{q} = \frac{1}{r} = 1,$$

то получается так называемая военная перспектива (фиг. 97), удобная для получения наглядных изображений по плану (фиг. 98), почему и применяемая часто для сооружений, имеющих значительную площадь при сравнительно небольшой высоте (например, фортификационных сооружений).

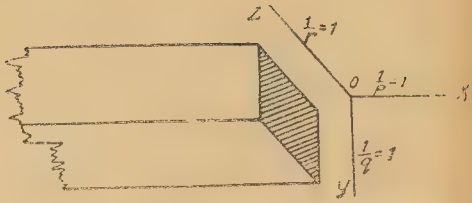


Фиг. 96.

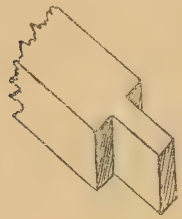
На фиг. 98, 99 и 100 показаны примеры изображений в военной перспективе: бруса, плотничной врубки и крыши здания, при чем на 2-х последних ось OZ взята вертикальной, как это делается чаще.

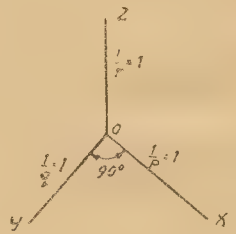


Фиг. 97.

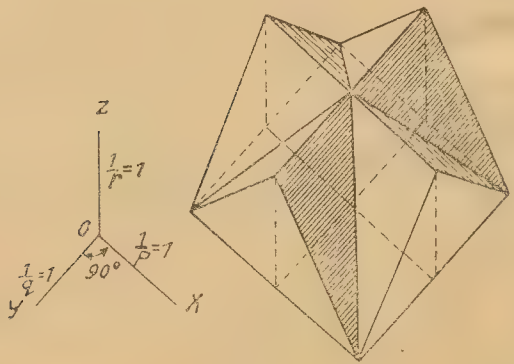


Фиг. 98





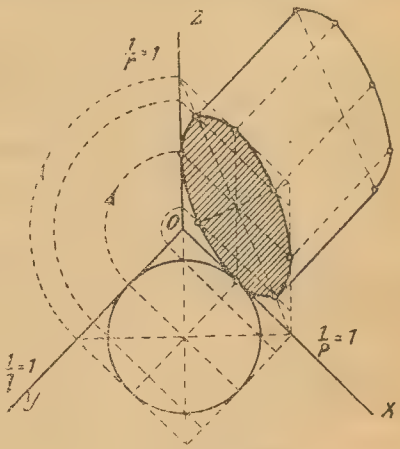
Фиг. 99.



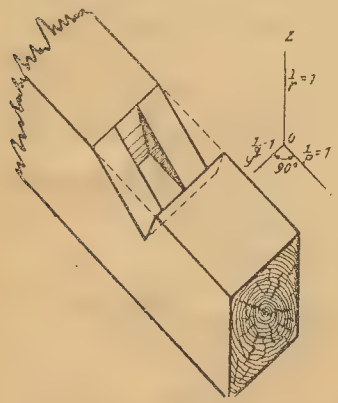
Фиг. 100.

На фиг. 101 изображен цилиндр в военной перспективе при чем для построения искаженного изображения круга и вертикальной плоскости предварительно сделано совмещенное изображение на плоскости H, где прямой угол YoX и круг проектируются без искажения. Из чертежа видно, что вследствие искажения круг обращается в эллипс, большая ось которого стала больше диаметра взятой окружности.

Не искажаются только размеры параллельные осям координат.



Фиг. 101.



Фиг. 102.

Упражнения:

53) По перспективному изображению врубки (фиг. 102) построить план и боковой фасад ее (т.-е. перейти от аксонометрической проекции к ортогональным проекциям).

54) Сделать аналогичный же переход для изображения на (фиг. 103) и определить, какая это перспектива.

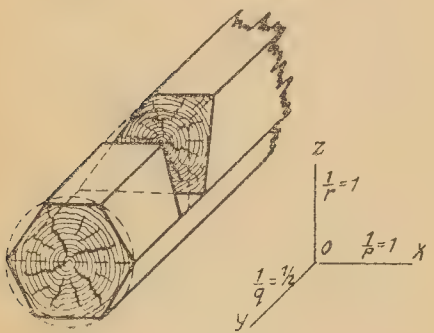
§ 39. Лягушечья перспектива.

Если плоскость $П$ (фиг. 87) взять ниже H, то будет так называемая лягушечья перспектива, при которой

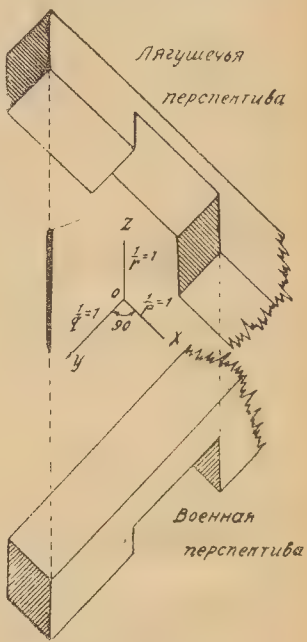
получается наглядное изображение предмета, наблюдаемого снизу, подобно тому, как мы видим, например, трехгранный угол, ограниченный потолком и стенами. Такой метод изображения применяется в тех случаях, когда при обычном способе проектирования изображение было бы недостаточно наглядным.

На фиг. 104 показана одна и та же врубка в двух изображениях: в военной и лягушечьей изометрической переспективах.

Очевидно, что военная перспектива в этом случае была бы менее



Фиг. 103.



Фиг. 104.

удачной, чем лягушечья, дающая гораздо более полное представление об этой врубке.

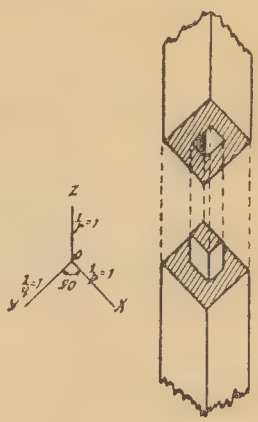
Вопросы:

1) В каких перспективах изображены верхняя и нижняя части соединения, представленного на фиг. 105, поясняющего способ наращивания стоек шипом?

2) Будет ли пригодна лягушечья перспектива для нижней части (с шипом)?

Уже и из такого краткого обзора можно видить, что аксонометрические проекции должны иметь большое применение в технике. С их помощью получаются достаточно наглядные изображения, по которым, пользуясь масштабом и циркулем, есть полная возможность находить три основных размера предметов.

Особенно часто параллельная перспектива применяется для изображения деталей соединения частей сооружений, механизмов машин и т. п., когда ортогональные проекции для этого оказываются недостаточно удобными, вследствие малой наглядности.



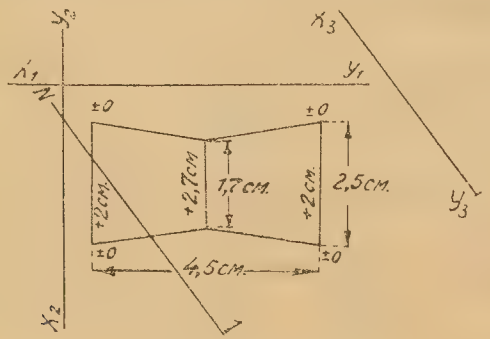
Фиг. 105.

ПРИЛОЖЕНИЕ.

Упражнения повторного характера.

Упражнение 54.

По плану камня с соответствующими числовыми отметками (фиг. 106) вычертить: 1) два фасада на оси x_1y_1 и x_2y_2, 2) разрез по № 1 на ось x_3y_3, 3) изображение этого камня



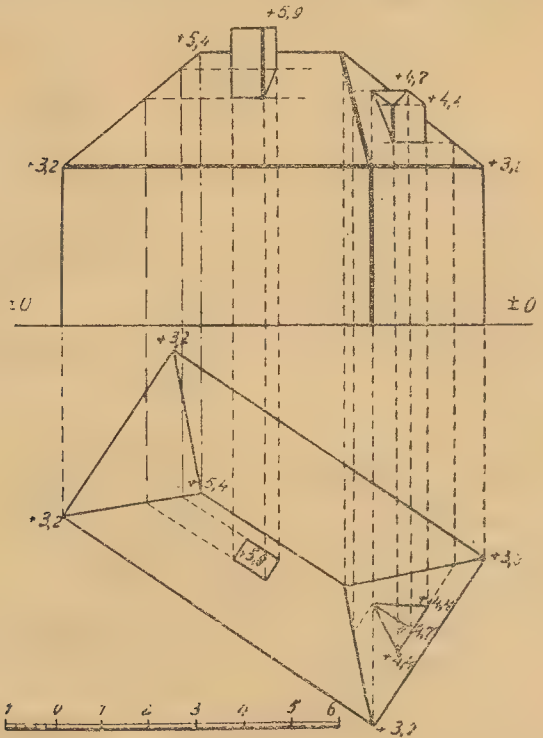
Фиг. 106.

а военной перспективе и 4) развертку всей его поверхности опускающую изготовление модели при вырезывании полученной фигуры.

Упражнение 55.

По заданному плану здания с крышей, имеющей слуховое окно и трубу (фиг. 107), требуется построить фасад этого здания на ось $\pm 0 - \pm 0$. Необходимые числовые отметки указаны на плане. Для упрощения задачи на фасаде показы-

вается только общий контур стен, ограниченный углами, но без обломов карниза, цоколя, дверных и оконных проемов.

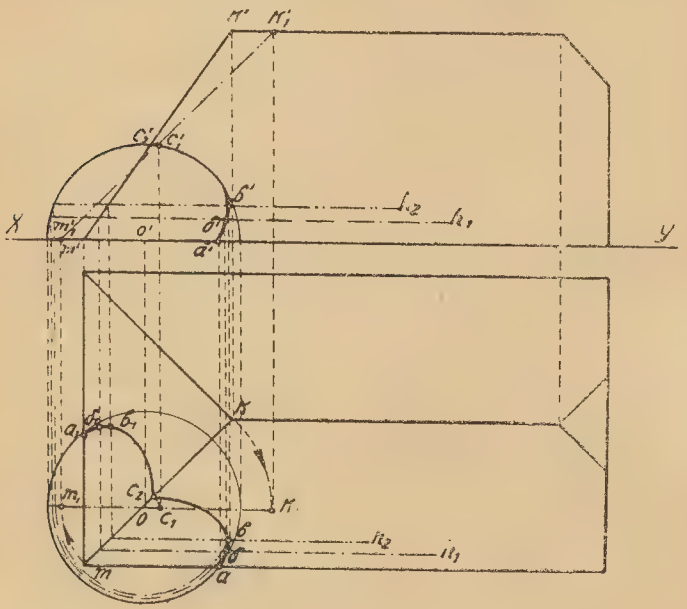


Фиг. 107.

Упражнение 56.

Построить на плане и фасаде видимую линию пересечения плоских скатов крыши с покрытием, устроенным на углу здания в виде сферической поверхности (фиг. 108).

Порядок построения: 1) проводим горизонтали h_1h_1' и h_2h_2' и находим точки aa', $бб'$, $вв'$ и a_1, $б_1$, $в_1$; 2) с помощью метода вращения находим точку c_1 c'_1 и по ней c_2c_2', принадлежащую ребру $mк$, $m'к'$; 3) полученные точки



Фиг. 108.

искомой линии пересечения соединяем при помощи лекала плавной кривой (вычерченной жирнее).

В заключение полезно заметить, что решение различного рода задач лучше всего способствует уяснению сути и применения основных методов начертательной геометрии — этого могучего орудия в руках техника.

ОГЛАВЛЕНИЕ

стр.

Предисловие 3

Введение. О задачах начертательной геометрии 5

ОТДЕЛ I.

Прямоугольные (ортогональные) проекции.

Глава I. **Общие понятия.**

§ 1. Получение изображений по способу проекций . . 7
§ 2. Принятые названия и обозначения 11

Глава II. **Прямые линии.**

§ 3. Проекции прямых линий 14
§ 4. Частные случаи положения прямой 16
§ 5. Прямые параллельные и пересекающиеся 18
§ 6. Следы прямой 18

Глава III. **Плоскости.**

§ 7. Задание плоскости и ее следы 20
§ 8. Частные положения плоскости относительно плоскостей проекций 23
§ 9. Особые прямые плоскостей 24
§ 10. Плоскости параллельные и пересекающиеся . . . 27
§ 11. Пересечения тел между собою 28

Глава IV. **Изменение плоскостей проекций.**

§ 12. Основные методы начертательной геометрии . . 31
§ 13-а. Перемена вертикальной плоскости проекций . . 32
§ 13-б. Перемена горизонтальной плоскости проекций . 34
§ 14. Примеры на перемену одной плоскости проекций 35

§ 15. Перемена двух плоскостей проекций 36
§ 16. Проекции круга 41
§ 17. Общие выводы 42

Глава V. **Метод совмещения.**

§ 18. Основные приемы метода совмещения 42
§ 19. Развертка тел вращения 46
§ 20. Восстановление плоских фигур из совмещенного положения 48

Глава VI. **Метод вращения.** стр.

§ 21. Вращение точки, прямой и плоскости 51
§ 22. Применение метода вращения для определения взаимного пересечения линий и плоскостей в многогранниках 53
§ 23. Вращение многогранных тел 56
§ 24. Пересечение кривой поверхности вращения с плоскостью 56

ОТДЕЛ II.

Проекции с числовыми отметками.

Глава VII. **Проекции многогранников.**

§ 25. Особенность проекций с числовыми отметками . . 59
§ 26. Проекция прямой линии и способы ее задания. Градуирование прямой 61
§ 27. Две прямые линии 63
§ 28. Проекции плоскостей и их задание. Масштаб уклонов 65
§ 29. Пересечение плоскостей и проекции многогранников 67
§ 30. Пересечение многогранника с плоскостью 70
§ 31. Пересечение многогранников между собою 75

Глава VIII. **Топографические поверхности.**

§ 32. Изображение топографической поверхности . . . 77
§ 33. Линии падения 80
§ 34. Промежуточные горизонтали 83
§ 35. Пересечение топографической поверхности с плоскостью и произвольной прямой 86

ОТДЕЛ III.

Аксонометрические проекции.

Глава IX. **Кавальерная, военная и лягушечья перспективы.**

§ 36 Сущность параллельной перспективы 89
§ 37. Кавальерная перспектива 92
§ 38. Военная перспектива 95
§ 39. Лягушечья перспектива 97

Приложение. Упражнения повторного характера 100

Рабчинский, И. В. О системе Тейлора. М. 1922 г. 88 стр. Ц. 10 к.
Его же. Промышленный капитал и новая школа НОТ в Америке. М. 1925 г. 68 стр. Ц. 35 к.
Слудский, И. Ф. Как надо считать. Точные вычисления. Руководство для всех. М. 1925 г. 72 стр. Ц. 1 р. 10 к.
Таблицы для перевода русск. мер в метрич. и обратно. (Одобрено Метрической Комиссией). М. 1924 г. Изд. 6-е. 62 стр. Ц. 30 к.
Таблицы для взаимного перевода цен русских и метрических мер. М. 1925 г. 64 стр. Ц. 40 к.
Четвериков, С. С., инж. Производство и пересечка напильников. М. 1925 г. 44 стр. 49 рис. Ц. 70 к.
Шенфер, К. И., проф. Коллекторные двигатели переменного тока. М. 1922 г. 187 стр. 190 рис. Ц. 1 р. 50 к.
Шенхер, В., инж. Электрические подъемники. Пассажир. и грузов. с рычажн. и кнопочн. управл. для постоянного и переменного (одно- и трехфазного) токов. Перевод под редакцией проф. В. А. Александрова. М. 1925 г. 122 стр. 110 рис. Ц. 1 р. 80 к.
Шмидт, Оскар, проф. Химия для техников. М. 1925 г. Изд. 2-е. 192 стр. 58 рис. Ц. 2 р.

ТЕХНИЧЕСКАЯ КНИГА
(около 10.000 названий)
доставляется ПОЧТОВОЙ ЭКСПЕДИЦИЕЙ Государственного Технического Издательства быстро и аккуратно.
При заказе свыше 10 руб. пересылка за счет Издательства.
Заказы исполняются: в 1-ю очередь оплаченные, во 2-ю — авансированные, в 3-ю — прочие.
Обращаться по адресу: Москва, Болхонка, 6, тел. 2-70-69.
Каталог высылается по получении двух семикопеечных марок.

„ГОСТЕХИЗДАТ"

ПРАВЛЕНИЕ: Москва, Ильинка, Юшков пер., д. 6, тел. 2-56-34.
Торговый Отдел: „ „ „ „ „ „ „ 5-72-12, 4-32-90.
Бухгалтерия: „ „ „ „ „ „ „ 3-13-81.
Склад: „ Покровка, д. 28. „ 4-91-28.

КНИЖНЫЕ МАГАЗИНЫ:

Москва.
Тверская, 25, тел. 5-58-47.
Петровка, 10, тел. 1-95-34.
Разгуляй, 38/2, тел. 1-95-51.
Мясницкая, 1-б, тел. 4-39-09.
Арбат, 6, тел. 5-44-69.

Ленинград.
Просп. Володарского, 59 (уг. пр. 25 Октября), тел. 4-93-33.
Загородный пр., 4, тел. 1-03-37.

Харьков.
Улица 1-го Мая, 8, тел. 1-01.

Н.-Новгород.
Улица Свердлова, 24.

Киев.
Ул. Воровского, 35.

Ростов н/Д.
Пр. Семашко, 37.

Казань.
Б. Проломная, 56-а.

Цена 85 коп.

РАБОЧАЯ БИБЛИОТЕКА

ШИЛОВСКИЙ, И. А.

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.

ПРОЕКЦИИ: ОРТОГОНАЛЬНЫЕ, С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ, И АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ.

С 108 фигурами.

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО.
МОСКВА — 1926 г.